Parte II – Inferência estatística

3. Provas estatísticas

Ana Maria Lopez Calvo de Feijoo

FEIJOO, AMLC. Provas estatísticas. In: *A pesquisa e a estatística na psicologia e na educação* [online]. Rio de Janeiro: Centro Edelstein de Pesquisas Sociais, 2010, pp. 43-69. ISBN: 978-85-7982-048-9. Available from SciELO Books <http://books.scielo.org>.

3. PROVAS ESTATÍSTICAS

As provas estatísticas é que permitirão concluir os dados da pesquisa. A partir dos resultados das provas poder-se-á verificar a validade das hipóteses.

Provas estatísticas paramétricas

Para aplicação das provas paramétricas são necessários os seguintes pressupostos: normalidade da distribuição; nível de medida intervalar; população de natureza normal e variável contínua. Estas provas indicarão o grau de diferença entre as médias.

Nota z

A nota z permite a comparação entre duas médias, a fim de se saber se a diferença existente entre elas é significativa a nível estatístico.

Exigências:

– amostras independentes
– amostras aleatórias
– amostra maior que 30
– população normal
– variáveis contínuas
– nível de medida: intervalar

$$z = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sigma_{dif}}$$

σ_{dif} = erro padrão da diferença

Passos:

1°) Calcular a média de cada amostra:

$$\overline{X} = \frac{\sum . X_i}{N}$$

2°) Calcular o desvio-padrão de cada amostra:

$$s = \sqrt{\frac{\sum . x^2}{N}}$$

3°) Achar o erro-padrão de cada média:

$$\sigma_{\overline{X}} = \frac{s}{\sqrt{N-1}}$$

4°) Achar o erro-padrão da diferença:

$$\sigma_{dif} = \sqrt{\sigma_{\overline{X}_1^2} + \sigma_{\overline{X}_2^2}}$$

5º) Calcular z:

$$z = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sigma_{dif}}$$

6°) Se z obtido for inferior ao z estipulado, aceita-se H_0.

Exemplo:*

Desejando-se comparar a inteligência dos meninos e meninas, escolheram-se aleatoriamente 318 meninos e 197 meninas de 13 anos de idade. A hipótese é a de que a inteligência dos meninos difere significativamente da inteligência das meninas.

$\overline{X}_1 = 38$
$\overline{X}_2 = 36$
$S_1 = 12$
$S_2 = 13$

$$\overline{X}_1 - \overline{X}_2 = 2$$

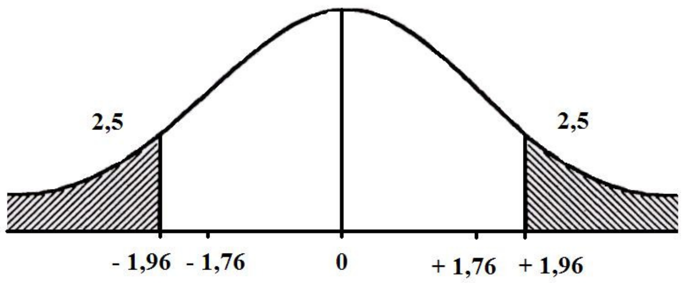
$$\sigma_{\overline{X}_1} = \frac{12}{\sqrt{318}} = 0{,}67$$

* Notas de aula da professora Eva Nick.

$$\sigma_{\overline{X}_2} = \frac{13}{\sqrt{197}} = 0{,}93$$

$$Z = \frac{36-38}{1{,}14} \cong 1{,}76$$

$$\sigma_{dif} = \sqrt{(0{,}67)^2 + (0{,}93)^2 = 1{,}14}$$



5% = 1,96 x 1,14 = 2,2344

Logo, o valor verdadeiro de $\overline{X}_1 - \overline{X}_2$, ou seja, $\mu_2 - \mu_1$- estará situado entre 2 + 2,2344 e 2 - 2,2344 = 4,2344 e 2 - 2,2344 = - 0,2344.

Como z calculado é menor que o z estipulado, aceita-se H_0.

Razão t (student)

O teste t de Student permite-nos determinar se a diferença encontrada entre duas médias é ou não significativamente diferente de zero.

Exigências:

– Amostra aleatória

– Amostra menor que 30

– População normal

– Variáveis continuas

– Nível de medida: intervalar

Fórmula geral:

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}}$$

Onde:

$\bar{X}_1$ = média do grupo 1

$\bar{X}_2$ = média do grupo 2

μ_1 = média da população do grupo 1

μ_2= média da população do grupo 2

$S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}$ = erro-padrão da diferença entre duas médias.

Passos:

a) *duas amostras independentes com N iguais*

1. Calcula-se a $\bar{X}$ de cada amostra:

$$\bar{X} = \frac{\sum Xi}{N}$$

2. Calcula-se o s de cada amostra:

$$s = \sqrt{\frac{\sum .x^2}{N}}$$

3. Calcula-se o σ_{dif}:

$$\sigma_{dif} = \sqrt{\sigma_{\bar{X}_1^2}} + \sigma_{\bar{X}_2^2}$$

4. Calcula-se t:

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sigma_{dif}}$$

5. Encontram-se os graus de liberdade:

$$Fl = N_1 + N_2 - 2$$

6. Procura-se na tabela o t (crítico) de acordo com o nível de significância e os graus de liberdade. (Tabela C)

7. Se o t da tabela for maior ou igual ao t calculado, aceita H_0.

Exemplo 1:

Um pesquisador pretende verificar a eficácia de um determinado método de aprendizagem por compreensão. Compôs, aleatoriamente, dois grupos, a partir de uma lista de 20 indivíduos. Dez destes foram aleatoriamente incluídos no grupo experimental (que sofreram a influência da aprendizagem por compreensão e os outros 10 constituíram o grupo de controle, onde o método de aprendizagem foi mantido). Feito isto, mediu a atitude dos dois grupos através de uma escala de atitudes (nível intervalar).

Grupo experimental: 12, 8, 11, 10, 7, 12, 9, 11, 8, 9
Grupo de controle: 7, 8, 5, 7, 9, 4, 4, 6, 7, 10

$$\bar{X}_1 = 9{,}7 \qquad \bar{X}_2 = 6{,}7$$

$$\Sigma\, x_1{}^2 = 27{,}90 \qquad \Sigma\, x_2{}^2 = 36{,}04$$

$$S_1 = 1{,}67 \qquad S_2 = 1{,}89$$

$$\sigma_{\bar{X}_1} = 0{,}56 \qquad \sigma_{\bar{X}_2} = 0{,}63$$

$$\sigma_{dif} = \sqrt{0{,}56^2 + 0{,}63^2} = 0{,}84$$

Decisão estatística: A interferência da aprendizagem por compreensão é estatisticamente significativa no que diz respeito à atitude do indivíduo. Logo, rejeita-se H_0.

b) duas amostras independentes com N diferentes•

1. Calcula-se a $\bar{X}$ de cada amostra.
2. Calcula-se o desvio-padrão de cada amostra.
3. Calcula-se o erro-padrão de diferença.
4. Calculam-se os graus de liberdade:

$$Gl = N_1 + N_2 - 1$$

5. Procura-se na tabela C o valor do tc.

6. Decisão estatística

Exemplo 2:

Um pesquisador comparou dois grupos com relação à ansiedade. Teve como objetivo verificar se um grupo que passava por uma situação de prova apresentava maior ansiedade manifesta que o outro grupo em situação normal. Para tanto aplicou aos dois grupos a escala de ansiedade manifesta. Sabendo-se que a amostra foi aleatória e que a medida se deu a nível intervalar, verifique se há diferença significativa entre as médias.

Grupo 1 – Notas: 15, 18, 12, 10
Grupo 2 – Notas: 8, 10, 13, 17, 22

X	**x**	**x^2**	**X**	**x**	**x^2**
15	1,25	1,56	8	-6	36
18	4,25	18,06	10	-4	16
12	-1,17	3,06	13	-1	1
10	-3,75	14,06	17	+3	9
			22	+8	64
55		36,74	70		126

$$\overline{X}_1 = 13{,}75 \qquad \overline{X}_2 = 14$$

$$S_1 = 3{,}03 \qquad S_2 = 5{,}02 \qquad t = \frac{-0{,}25}{1{,}61} = -0{,}15$$

$$\sigma_{\overline{X}_1} = 1{,}75 \qquad \sigma_{\overline{X}_2} = 2{,}51$$

$$\sigma_{\text{dif}} = \sqrt{\frac{3{,}06}{3} + \frac{6{,}30}{4}} = 1{,}61$$

$$t = \frac{-0{,}25}{1{,}61} = -0{,}15$$

Passos:

1°) Elaborar as hipóteses:

H_0= ansiedade é igual nos dois grupos

$$\overline{X}_1 = \overline{X}_2$$

H_1= A ansiedade é significativamente diferente nos dois grupos.

$$\overline{X}_1 \neq \overline{X}_2$$

2°) Nível de significância:

0,05 – 5% de probabilidade de aceitar H_0, quando H_0 é falsa.

3°) Região de rejeição:

Bicaudal

4°) Graus de liberdade

$$gl = N_1 + N_2 - 2$$
$$gl = 9 - 2 = 7$$

5°) Decisão estatística

Como t é crítico maior que t calculado, aceita-se H_0.

Não existe diferença estatisticamente significativa entre os dois grupos.

Amostras independentes

A estatística t para amostras independentes com N iguais ou diferentes pode ser obtida através da fórmula alternativa:

$$t = \sqrt{\frac{\overline{X}_1 = \overline{X}_2}{\frac{\Sigma\, {x_1}^2 + \Sigma\, {x_2}^2}{N_1 + N_2 - 2} \cdot \left(\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2}\right)}}$$

Procedimentos:

1°) Calculam-se as duas médias.

2°) Elevam-se os escores ao quadrado.

3º) Calcula-se o $\sum x^2$ somatório dos quadrados dos desvios) de cada amostra pela fórmula:

$$\Sigma x^2 = \Sigma x^2 - \frac{\Sigma x^2}{N}$$

4°) Calcula-se t de Student (para amostras relacionadas)

Amostras relacionadas

Comparação de dados resultantes de duas mensurações temperalmente distintas da mesma amostra.

Em dados extraídos de duas amostras relacionadas aplica-se a prova t aos escores de diferenças. A prova t admite que esses escores de diferenças sejam independentes e tenham distribuição normal na população da qual se extraiu a amostra.

Passos:

1°) Calcular a média de cada momento.

2°) Calcular o desvio-padrão da diferença entre os escores obtidos nos momentos 1 e 2:

$$s = \sqrt{\frac{\Sigma D^2}{N} - (\overline{X}_1 - \overline{X}_2)^2}$$

s = desvio-padrão da distribuição de escores diferenças antes/depois
D = diferença resultante da subtração do "escore depois" do "escore antes"
N= tamanho da amostra

3°) Calcular o erro-padrão da diferença:

$$\sigma_{dif} = \frac{s}{\sqrt{N-1}}$$

4°) Calcular t:

$$t = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sigma_{dif}}$$

5°) Achar o número de graus de liberdade

$$gl = N - 1$$

6°) Comparar a razão t calculada com a razão t tabelada (ou t crítico). Tabela C.

Exemplo:*

Doze pessoas são submetidas em dois momentos a uma escala de atitudes com relação à situação política do país. Tais pessoas não possuíam nenhuma informação sistemática sobre política – 1° momento.

No 2° momento, já havia passado pelo processo sistemático de tal informação.

	1º momento	**2º momento**	**D**	**D^2**
A	50	62	-12	144
B	42	40	2	4
C	26	61	35	1.225
D	35	35	12	144
E	42	30	8	64
F	60	52		
G	41	68	-27	729
H	70	51		
I	55	84	-29	841
J	62	63	-1	1
K	38	72	-34	1.156
L	51	50	1	1
	572	668		4.309

$\overline{X}_1 = 47{,}6$ $\qquad$ $\overline{X}_2 = 55{,}6$

$\overline{X}_D = 55{,}6 - 47{,}6 = 8{,}0\}$ $\qquad$ $S = 18{,}03$

$\sigma_{dif} = 5{,}43$ $\qquad$ $t = -1{,}47$

$gl = 12 - 1 = 11$ $\qquad$ $t_c = 2{,}20$

Como o objetivo é saber se a informação sistemática interfere na atitude dos indivíduos sobre política, rejeitamos H_1. Logo, aceitamos H_0, porque t calculado é menor que t tabelado.

* Notas de aula professora Eva Nick.

Provas estatísticas não paramétricas

> "As técnicas não paramétricas de provas de hipóteses são adaptáveis, particularmente, aos dados das ciências do comportamento."

Razões para tal adaptabilidade:

1) Não é necessário, para sua utilização, fazer suposições sobre a distribuição da população:

– normalidade

– os pares não têm necessariamente que ser extraídos da mesma população.

2) Podem ser aplicadas a dados que não sejam exatos do ponto de vista numérico – nível ordinal e nominal de medida.

3) Realizam-se com cálculos simples.

4) Aplicam-se a pequenas amostras.

Provas estatísticas não paramétricas

Nível de mensuração	Relacionadas	Independentes
Nominal	Prova de Mc Nemar para significância das mudanças	(Prova de Fischer) Prova X^2
Ordinal	(Prova dos sinais) Prova de Wilcoxon	Prova de mediana Prova U de Mann Whitney
Intervalar	(Prova de Walsh) Prova de aleatoriedade	Prova de aleatoriedade

Provas estatísticas não paramétricas para duas amostras relacionadas. Aplicam-se quando se deseja verificar se há diferença entre dois tratamentos ou se um tratamento é "melhor" que o outro.

Duas amostras relacionadas são utilizadas quando na escolha das mesmas deseja-se controlar as diferenças "extrínsecas" dos indivíduos da amostra. O indivíduo "serve como seu próprio controle".

No emparelhamento seleciona-se, para cada par, indivíduos que sejam tão semelhantes quanto possível, em relação a quaisquer variáveis extrínsecas que possam influenciar o resultado da pesquisa.

Exemplo:

Nível 1	Nível 2
$S1_a$	$S1_b$
$S2_a$	$S2_b$
$S3_a$	$S3_b$

Teste da mediana

Requisitos:

- Comparação entre duas ou mais amostras independentes, extraídas da mesma população ou de população com mesma mediana.
- Nível ordinal de medida.
- Amostragem aleatória.

Passos:

1°) Juntam-se os dois grupos e calcula-se a mediana

– Md (combinada)

2°) Conhecendo-se a Md_c, vai-se a cada amostra e conta-se em cada um o número de sujeitos acima e abaixo da Md_c.

3°) Aplica-se a fórmula χ^2 (qui-quadrado).

$$\chi 2 = \frac{N\left(|AD - BC| - N/2\right)^2}{(A+B)(C+D)(A+C)(B+D)}$$

4º) Estabelece-se o nível de significância.

5º) Graus de liberdade:

$$gl = (L-1)(c-1)$$

6°) Consulta-se a tabela D; se $\chi^2 \geq$ que o tabelado, rejeita-se H_0.

Exemplo:*

* Notas de aula professora Eva Nick.

Um psicólogo deseja investigar os efeitos de uma droga tranquilizante sobre o tremor da mão. Quatorze pacientes do psiquiatra tomam a tal droga; a 18 pacientes combinados pela idade e sexo ela é dada como calmante (isto é, em dose inofensiva). Visto que a medicação é dada em forma de pílulas, os pacientes não sabem se lhes está sendo administrada a droga ou não. O primeiro grupo é experimental, o segundo é de controle. Mede-se o tremor pelo verificador de firmeza.

Obs.: Como se está interessado apenas em saber se a droga reduz o tremor, este será u teste unicaudal.

Experimental	**Controle**
N=14	N=18
53	48
39	65
63	66
36	38
47	36
58	45
44	59
38	53
59	58
36	42
42	70
43	71
46	65
46	46
	55
	61
	62
	53

1º) Juntam-se os dois grupos e calcula-se a Md_c

X	**F**	**Fac**
36	3	3
38	3	5
39	1	6
42	2	8
43	1	9
44	1	10
45	1	11
46	3	14
47	1	15
48	1	16
53	3	19←
55	1	20
58	2	22
59	2	24
61	1	25
62	1	26
63	1	27
65	2	29
66	1	30
70	1	31
71	1	32
∑	32	

2º) Número de sujeitos acima e abaixo de Mdc em ambos os grupos

	G. Experimental	**G. de controle**	
	E	C	N
Ac	4	12	16
Ab	10	6	16
N	14	18	32

3º)

$$\chi 2 = \frac{32\ (|24 - 120| - 16)^2}{14 \text{ x } 18 \text{ x } 16 \text{ x } 16} = 3{,}17$$

4°) Graus de liberdade:

$$\text{gl} = (1)\ (1) = 1$$

Quer saber se a Md do grupo experimental é significativamente inferior à do grupo de controle.

A = 0,05
χ^2 calculado = 3,17
χ^2 tabelado = 3,84
H_0 é aceita.

Teste do qui-quadrado

Pode ser utilizado com dois objetivos:

1°) Para comparar os dados obtidos experimentalmente com os dados esperados. Neste aspecto é um teste de significância, com o objetivo de distinguir as frequências obtidas das frequências esperadas.

Uma vez comparando-se, surgem as diferenças, que podem ser grandes ou pequenas. Se tais diferenças forem grandes (significativas), rejeita-se H_0; se pequenas, aceita-se H_0; e a diferença é atribuída ao acaso.

2°) Para decidir se duas variáveis mantêm relação de dependência. Neste caso, o qui-quadrado é utilizado como teste de independência. Quanto menor a dependência entre as duas variáveis, menor o valor de x^2 (calculado).

Passos para o cálculo:

1º) Construir com os dados uma tabela de dupla entrada.

2º) Obter a frequência esperada para cada casela:

$$\text{Fe} = \frac{(\text{total da linha})(\text{total da coluna})}{(\text{total geral})}$$

3º) Subtrai-se a frequência esperada da respectiva frequência obtida (O – E) em cada casela:

4º) Elevar as diferenças ao quadrado.

$$(0 - \text{E})^2$$

5º) Dividir o quadrado de cada diferença pela respectiva frequência esperada:

$$\frac{(\text{Fo} - \text{Fe})^2}{\text{Fe}}$$

6º) Somar esse quociente para obter o qui-quadrado:

$$\frac{\Sigma\ (\text{Fo} - \text{Fe})^2}{\text{Fe}}$$

7°) Achar os graus de liberdade:

$$\text{gl} = (\text{L} - 1)\ (\text{c} - 1)$$

L= nº de linhas
c= nº de colunas

8°) Comparar o qui-quadrado obtido com o qui-quadrado tabelado. (Tabela D)

Requisitos:

- Comparação entre duas ou mais amostras.
- Os valores das caselas devem ser resultado de contagens – nível nominal de mensuração.
- Amostragem aleatória.
- O valor esperado em cada casela não poderá ser menor que 5.
- Amostras independentes.
- A amostra não poderá ser menor que 30.

Fórmula – Torna o cálculo do qui-quadrado menos trabalhoso.

$$\frac{\text{N}\ (\text{AD} - \text{BC})^2}{(\text{A} + \text{B})(\text{C} + \text{D})(\text{A} + \text{C})(\text{B} + \text{D})}$$

A	B	A+B
C	D	C+D
A + C	B + D	A + B + C + D = N

Exemplo:[*]

Numa pesquisa de opinião pública quanto à pergunta: "O que você pensa a respeito de as mulheres deverem ocupar cargos públicos?", foi obtido o seguinte quadro:

Respondente	**Sim**	**Não**	**Total**
Mulheres	40/30	10/20	50
Homens	20/30	30/20	50
Total	60	40	100

$$\alpha = 0{,}01$$

$$Fe_1 = \frac{(50)(60)}{100} = 30$$

$$Fe_2 = \frac{(50)(40)}{100} = 20$$

$$Fe_3 = \frac{(60)(50)}{100} = 30$$

$$Fe_4 = \frac{(40)(50)}{100} = 20$$

$$\chi^2 = \frac{100[(40)(30)-(10)(30)]^2}{(50)(50)(60)(40)} = 6{,}66$$

$$\chi^2_{tab} = 6{,}63$$

Como o que se quer é verificar se existe associação entre o tipo de resposta e o sexo do respondente, rejeita-se H_0.

Qui-quadrado inflacionado

É utilizado quando as frequências esperadas ficam entre 5 e 10 e a tabela for do tipo 2 X 2. Pode ocorrer, nestes casos, um qui-quadrado inflacionado, isto é, um pouco maior do que ocorreria se as frequências esperadas fossem maiores – o valor do qui-quadrado maior do que o real.

Para evitar que H_0 seja rejeitada sem necessidade, faz-se uma correção de continuidade, que consiste em subtrair 0,5 das diferenças, antes

[*] Notas de aula da professora Eva Nick

de elevá-las ao quadrado. Tal recurso diminui cada diferença entre as frequências de 0,5 unidade, diminuindo, portanto, o valor do qui-quadrado.

$$\chi 2 = \frac{\Sigma(|Fo - Fe| - 0{,}50)^2}{Fe}$$

$$\chi 2 = \frac{N[|(AD - BC)| - N/2]^2}{(A + B)(C + D)(A + C)(B + D)}$$

Exemplo[*]

Adams estudou a relação entre os interesses vocacionais e a escolha do currículo, e a taxa de desistência do curso universitário por parte de estudantes bem dotados. Os indivíduos observados eram estudantes classificados, no mínimo, no percentual 90 nos testes de admissão e que haviam resolvido mudar de carreira após a matrícula. O pesquisador comparou os estudantes destacados cuja escolha curricular se manteve na linha considerada desejável à vista do resultado obtido no Teste Vocacional de Strong (tais casos sendo considerados como "positivos") com os estudantes destacados cuja escolha curricular se processou em sentido diverso do indicado pelo teste de interesses. A hipótese do pesquisador é que os estudantes cuja escolha foi considerada "positiva" acusam maior frequência de permanência na faculdade ou curso universitário inicialmente escolhido.

Passo:

1º) Elaborar as hipóteses:

H_0= não há diferença entre os dois grupos no que diz respeito à proporção de estudantes que permanecem na faculdade.

H_1 = a porcentagem de permanência na faculdade é maior entre os estudantes cuja escolha de currículo foi considerada positiva.

2°) Escolha da prova estatística.

– variáveis em categorias discretas

– níveis de medida: nominal

– grupos independentes

[*] Notas de aula da professora Eva Nick

3°) Nível de significância:

p = (0,10)
α = 0,05 (de cada lado)

4°) Região de rejeição:

– unilateral

5°) Decisão estatística:

$$\mathrm{gl} = (\mathrm{L}-1)(\mathrm{c}-1) \qquad \mathrm{gl} = 1$$

$$\chi^2 = 5{,}42$$

$$\chi^2_{tab} = 2{,}71 \text{ (Tabela D)}$$

Tabela 1. Escolha de currículo e afastamento da universidade entre estudantes bem dotados

	Positivo	Negativo	Total
Afastamento	10	11	21
Permanência	46	13	59
Total	56	24	80

$$\chi 2 = \frac{[80(|(10)(13)-(11)(46)|)-80/2]^2}{(21)(59)(56)(24)} = 5{,}42$$

Conclui-se que os estudantes com alto QI, cuja escolha curricular foi "positiva", acusam maior frequência de permanência na universidade que os estudantes bem dotados, cuja escolha foi considerada "negativa".

Prova de mc nemar

Esta prova visa obter o grau em que mudanças ocorridas com relação às posições ocupadas foram significativas.

Equivale a uma prova binomial – por isso não exige continuidade da variável –, em que P = Q = 1/2, onde N = ni de mudanças.

- Planejamento do tipo "antes e depois"
- Mensuração a nível nominal (ou ordinal)
- Não exige distribuição básica contínua

Passos:

1°) Construir tabela de frequências (observadas) de quatro casas:

		– Antes +	
Depois	**+**	**A**	**B**
	–	**C**	**D**

Cédula A – Locam-se os indivíduos que passaram de + para –
Cédula D – Locam-se os indivíduos que passaram de – para +
Cédula B – Locam-se os indivíduos de reação + (antes e depois)
Cédula C – Locam-se os indivíduos de reação – (antes e depois)
A + D – Representa o número total de indivíduos que apresenta modificação.

2º) Determinar as frequências esperadas nas células A e B:

Hipótese nula: 1/2 (A+ D) acusam modificação em um sentido (–) e 1/2 (A+ D) acusam modificação em outro sentido (+).

$$\mathrm{E} = 1/2\ (\mathrm{A}+\mathrm{D})$$

Portanto, a frequência esperada, sob H_0, tanto na cédula A quanto na D é de 1/2 (A+ D).

- Se as frequências esperadas são inferiores a 5, emprega-se a prova binominal em substituição à prova de Mc Nemar.
- Se as frequências esperadas não são inferiores a 5, calcular o valor de χ^2 com a fórmula:

$$\chi 2 = \frac{(|\mathrm{A}-\mathrm{D}|)^2}{\mathrm{A}+\mathrm{D}}$$

Antes, portanto, vamos entender:

$$\chi 2 = \sum_{i=1}^{K} \frac{(O_i - E_i^2)}{E_i}$$

Onde:

O_i = número de casos observados classificados na categoria 1.

E_i = número de casos esperados na categoria 1 sob H_0.

$\sum$ = indica somatório sobre todas as K (categorias).

Portanto, devem-se somar os quadrados das diferenças entre cada valor observado e a respectiva frequência esperada.

Graus de liberdade: gl = K - 1 (g1 = (-1) (c -1))

K= categorias

Explicação:

"Há uma quantidade de distribuições amostrais diferentes para qui-quadrado, uma para cada gl. O tamanho de gl reflete o número de observações livres (que podem variar) após feitas certas restrições sobre os dados. Tais restrições não são arbitrárias, ao contrário, são inerentes à organização dos dados. Por exemplo, se os dados se classificam em duas categorias – dados relativos a 50 casos – tão logo saibamos que 35 casos se enquadram numa categoria, sabemos que 15 se enquadrarão na outra.

Neste exemplo, gl = 1, porque há duas categorias e conhecendo-se N, tão logo se conheça o número de casos em uma categoria, o número de outra está automaticamente determinado".

Correção de continuidade – yates

Viu-se que, na realidade, a fórmula da prova Mc Nemar é uma aproximação da distribuição qui-quadrado. No entanto, deve-se efetuar uma correção de continuidade à distribuição de Mc Nemar. A distribuição do qui-quadrado é uma distribuição contínua, enquanto que Mc Nemar é uma distribuição discreta. Quando todas as frequências esperadas são pequenas, tal aproximação pode ser fraca. Na tentativa de remover o erro usa-se a correção de continuidade. Tem-se:

$$\chi 2 = \frac{(|A - D| - 1)^2}{A + D}$$

Com gl = 1

Deve-se subtrair 1 do valor absoluto da diferença entre A e D antes de elevar ao quadrado.

3°) Consulta-se a tabela D. Determina-se a probabilidade, sob H_0, associada a um valor tão grande quanto o valor observado de χ^2. Se se trata de uma

prova unilateral, dividir por dois o valor da probabilidade exibido na tabela. Se o valor de p, tabelado para o valor observado de χ^2 com gl = 1, não supera α, rejeitar H_0 em favor de H_1.

Exemplo:

Crianças	1º dia	30º
1	A	C
2	A	C
3	A	C
4	A	C
5	A	A
6	A	C
7	A	A
8	C	C
9	C	A
10	A	C
11	C	A
12	A	A
13	C	A
14	A	A
15	A	A
16	A	C
17	A	C
18	A	C
19	A	C
20	C	A
21	A	C
22	C	C
23	C	C
24	A	C
25	A	C

$A \rightarrow C = 14$ $\quad C \rightarrow A = 4$

$A \rightarrow A = 4$ $\quad C \rightarrow C = 3$

1 – Suponha-se que um psicólogo esteja interessado em estudar a iniciação de crianças nos contatos sociais. Ele observou que as crianças recém-admitidas em uma escola maternal em geral estabelecem contatos pessoais com adultos de preferência a contatos com outras crianças. Supõe, porém, que na medida em que aumenta a familiaridade e a experiência, tais

contatos passarão a voltar-se de preferência para outras crianças, ao invés de para adultos. A fim de testar a hipótese, o psicólogo observa 25 crianças recém-admitidas em uma escola maternal, no primeiro dia de frequência à escola de cada uma, e classifica a atitude de cada uma delas conforme seus primeiros contatos sociais se dirijam a outras crianças ou a adultos.

Decorrido um mês de frequência à escola maternal, ele observa as mesmas 25 crianças e faz a mesma classificação de comportamento.*

Passos para os procedimentos estatísticos:

1º) *Hipótese nula:* para as crianças que modificaram a atitude, a probabilidade de mudar o objeto de seus contatos sociais de adulto para criança (P_A é igual à probabilidade de mudar de criança para adulto (P_D), e ambas são iguais a 1/2.

$$H_0 : P_A = P_D$$
$$H_1 : P_A > P_D$$

2°) Prova estatística:

Mc Nemar – utilizam-se duas amostras relacionadas – antes e depois – mensuração nominal.

3°) Região de rejeição:

Unilateral
$\alpha = 0{,}05$

4°) *Decisão:*

Para gl = 1 a nível de 0,05 –consultando a tabela D, o valor χ^2 crítico é de 3,84. O valor obtido é 4,5.

Com $\chi_0^7 > \chi_c^7$ rejeita-se H_0.

* Exemplo extraído do livro *Estatística Não paramétrica,* de Sidney Siegel, Editora McGraw-Hill do Brasil Ltd., 1979, p. 71.

Objeto de interesse nos contatos sociais das crianças no 1° e 30° dias de frequência à escola maternal.

	Cr(-)	**Ad (+)**
Ad (+)	14	4
Cr (-)	3	4

Para esses dados:

$$\chi 2 = \frac{(|A - D| - 1)^2}{A + D}$$

$$\chi 2 = \frac{(|14 - 4| - 1)^2}{14 + 4}$$

$$\chi 2 = \frac{(9)^2}{18} = \frac{81}{18} = 4{,}5$$

$$gl = k - 1 = 2 - 1 = 1$$

Uma consulta à tabela revela que, quando $\chi^2 \geq 4{,}5$, e gl = 1, a probabilidade de ocorrência sob H_0 é $p < 1/2$ (0,05), ou seja, $p < 0{,}025$.

Como a probabilidade, sob H_0, associada à ocorrência observada é $p < 0{,}025$ e é menor que $\alpha = 0{,}05$, o valor observado de χ^2 está na região de rejeição e, assim, nossa decisão deve ser rejeitar H_0 em favor de H_1. Com tais dados artificiais, pois, concluímos que as crianças apresentam tendência significativa para mudar o objeto de seu interesse de adulto para outra criança, após 30 dias de frequência à escola maternal.

Prova de wilcoxon: teste da soma das ordenações

- Sensível a diferentes localizações
- Planejamento do tipo duas amostras relacionadas (RBD)
- Mensuração a nível ordinal
- Distribuição (básica) contínua (isto é, a variação, não a mensuração)
- Forma de distribuição: desconhecida

Passos:

1°) Para cada par, determinar a diferença (d_1), com sinal, entre os dois escores.

2°) Atribuir postos a esses di's independentes do sinal

3°) Atribuir a cada ponto o sinal + ou - do d que ele representa.

4º) Determinar T = a menor das somas de postos de mesmo sinal, ou seja, a nota T será a de menor somatório.

5°) Mediante contagem, determinar N = total de d's com sinal (os de valor zero, ignora-se).

6°) O processo para determinação da significância do valor de T vai depender de N.

Se $N \leq 25$, a tabela G dá os valores críticos de T para diversos tamanhos de N. Se o valor observado T não supera o valor indicado na tabela para um dado nível de significância e em particular N, H_0 pode ser rejeitada àquele nível.

Se $N > 25$, calcular o valor de Z pela fórmula. Determinar sua probabilidade associada, sob H_0, mediante referência à tabela F. Para uma prova bilateral, duplicar o valor de p dado. Se o p assim obtido não for superior a α, rejeitar H_0.

Observações:

1 – Quando há empate nas observações de um mesmo bloco, o valor de D para aquele bloco será zero. Neste caso N fica diminuído de tantos zeros quantos forem os encontrados.

2 – Se todos os D forem de mesmo sinal, o valor de T será zero.

3 – Número de blocos igual ou superior a 25, a distribuição T se aproximará da normal com média igual a N (N + 1)14 e desvio-padrão igual a N (N + 1) (2N + 1) / 24, onde N é o número de blocos.

Utiliza-se, então, a estatística Z:

$$Z = \frac{T - \frac{N(N+1)}{4}}{\sqrt{\frac{N(N+1)(2N+1)}{25}}}$$

Consulta-se a tabela da curva normal (Tabela A) para verificar a significância ou não da diferença encontrada entre as duas médias. Se Z calculado ≥ Z tabelado, rejeita-se H_0.

4– Quando há empate nas posições, calcula-se a média das posições.

Observações importantes

Aceita-se H_0 quando a diferença entre a soma dos di's negativos e a soma dos di's positivos é muito pequena. Se, entretanto, a diferença entre a soma dos di's e a soma dos di's negativos é muito grande, o tratamento A difere do tratamento B, rejeita-se H_0.

H_0: a soma dos postos positivos será igual à soma dos postos negativos.

H_1: a soma dos postos negativos será diferente da dos positivos.

Exemplo:

Suponha-se um psicólogo interessado em testar se a frequência à escola maternal tem algum efeito sobre a percepção social das crianças. Ele classifica a percepção através da atitude da criança em relação a um conjunto de figuras que ilustram uma diversidade de situações sociais, formulando um grupo-padrão de perguntas sobre cada figura. Assim, ele pode obter um escore entre 0 e 100 para cada criança.

O pesquisador admite que um escore mais elevado indica maior percepção social do que um escore mais baixo; não tem certeza de que o intervalo entre os escores seja constante.

Para testar sua hipótese, o pesquisador seleciona oito pares de gêmeos idênticos para servirem como indivíduos de suas observações. Escolhe ao acaso um gêmeo de cada par para frequentar a escola maternal.

O outro não frequentara a escola. Ao fim de um período escolar, as 16 crianças são submetidas ao teste de perceptividade social.*

Procedimentos estatísticos

1°) Hipóteses

H_0: não há diferença entre os graus de percepção das crianças que ficaram em casa e das que frequentaram a escola.

H_1: os graus de percepção social dos dois grupos de crianças são diferentes.

2°) Prova estatística – Wilcoxon

– duas amostras relacionadas

– nível ordinal

– variável – percepção social – continua

3°) Nível de significância

$$\alpha = 0{,}05$$
$$N = 8$$

4°) Amostra:

$$N < 25$$

5°) Região de rejeição:

Bilateral

6°) Decisão

Rejeita-se H_0, concluindo-se que a permanência na escola maternal afeta significativamente a perceptividade social da criança.

* Exemplo extraído do livro *Estatística Não-paramétrica,* Sidney Siegel, Editora McGraw-Hill do Brasil Ltd., 1979, p. 86.

Tabela 1. Escores de percepção social de crianças que frequentam a escola maternal e que ficaram em casa

Par.	F. escola	F. casa	d	Posto de D	Posto com sinal menos frequente
a	82	63	9	7	
b	69	42	27	8	
c	73	74	-1	-1	1
d	43	37	6	4	
e	58	51	7	5	
f	56	43	13	6	
g	76	80	-4	-3	3
h	65	62	3	2	T = 4

Para N (número de blocos) = 8, um valor de T = 4 permite-nos rejeitar a hipótese de nulidade ao nível 0,05 para uma prova bilateral.