

Capítulo 10

Resolução de problema e matemática no ensino fundamental: uma perspectiva didática

Ettiène Guérios
Roberto José Medeiros Junior

SciELO Books / SciELO Livros / SciELO Libros

GUÉRIOS, E., and MEDEIROS JUNIOR, RJ. Resolução de problema e matemática no ensino fundamental: uma perspectiva didática. In: BRANDT, CF., and MORETTI, MT., orgs. *Ensinar e aprender matemática: possibilidades para a prática educativa* [online]. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2016, pp. 209-231. ISBN 978-85-7798-215-8. Available from SciELO Books <<http://books.scielo.org>>.



All the contents of this work, except where otherwise noted, is licensed under a [Creative Commons Attribution 4.0 International license](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

Todo o conteúdo deste trabalho, exceto quando houver ressalva, é publicado sob a licença [Creative Commons Atribuição 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

Todo el contenido de esta obra, excepto donde se indique lo contrario, está bajo licencia de la licencia [Creative Commons Reconocimiento 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

CAPÍTULO 10

RESOLUÇÃO DE PROBLEMA E MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA PERSPECTIVA DIDÁTICA¹

Ettiène Guérios
Roberto José Medeiros Junior

INTRODUÇÃO

A resolução de problema é preconizada por pesquisadores de diferentes tendências educativas como estratégia para o ensino de matemática na educação básica, estratégia essa que possibilita, em tese, aprendizagem conceitual dos conteúdos curriculares provendo-os de significabilidade. Sentido não há em dissertar sobre as conveniências e propriedades de seu uso, tendo em vista a, praticamente, unanimidade em que é defendida. De pronto, fazemos coro com tais defensores, por observarmos o que a literatura apresenta em diferentes perspectivas práticas e em diferentes demarcações teóricas sobre resolução de problemas em aulas de matemática.

Embora façamos coro, observamos que o fato de a resolução de problemas, em tese, possibilitar tal aprendizagem, esta nem sempre ocorre, conforme os resultados de avaliações oficiais evidenciam e, também, como observamos em salas de aula no ensino fundamental, desde os anos iniciais. Se, por um lado, fazemos coro com os defensores da resolução de problemas em aulas de matemática e desejamos identificar situações didáticas que impulsionam a aprendizagem dos alunos, por outro, estamos preocupados em identificar

¹ Este capítulo tem origem na dissertação de mestrado “Resolução de Problemas e Ação Didática em Matemática no Ensino Fundamental” (UFPR-2007) e é expansão do texto apresentado no VII Congresso IberoAmericano de Educação Matemática (Cibem), em Montevideo, no ano de 2013.

situações que comprometem o alcance de resultados animadores de aprendizagem e as circunstâncias em que ocorrem.

Com este objetivo, temos olhado aspectos didáticos na atividade docente com resolução de problemas e decorrência deles na aprendizagem dos alunos. Situamos nosso olhar no aluno, em seus professores e no conhecimento matemático escolar. Os configuramos como uma tríade de elementos triangulados e a resolução de problemas como constitutiva de um caminho de aprendizagem do aluno, articulado com a atividade didática do professor. No contexto do olhar identificamos implicações que os enunciados dos problemas acarretam no movimento da tríade configurada. Para identificar tais implicações buscamos compreender a atividade heurística dos alunos no processo de resolução de problemas.

Nosso foco nesse trabalho é analisar circunstâncias advindas de nossa pesquisa que identificou relações didáticas que se estabelecem em uma tríade formada pelo conhecimento matemático escolar desenvolvido em sala de aula, pelo professor de matemática e por seus alunos de 6º e 7º anos do ensino fundamental, mediados pela resolução de problemas.

RESOLUÇÃO DE PROBLEMA E ATIVIDADE DIDÁTICA

Documentos oficiais como os publicados pelo National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) vêm, desde a década de 1980, propondo que a matemática escolar seja ensinada por meio de resolução de problemas. Na verdade, esses documentos evidenciam as preocupações dos estudiosos acerca de um ensino de matemática cujo objetivo fosse a efetiva compreensão do conhecimento matemático curricular. No escopo dessas preocupações apontam que, mais do que parte integrante da aprendizagem matemática, mais do que uma meta de aprendizagem matemática, a resolução de problemas é um dos meios de fazer matemática, constituindo-se assim em estratégia para seu ensino. A preocupação manifesta na expressão “fazer matemática” sinalizou para um outro pensar a respeito do ensino de matemática, naquela época ancorada no domínio procedimental. As publicações dos *Standards* do NCTM², da década de 1980 até 2000, influenciaram a comunidade educativa

² *An Agend for Action* (1980), *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* (1989), *Professional Standards for Teaching Mathematics* (1991), *Assessment Standards for School Mathematics* (1995).

sobre como pensar o ensino de matemática e foram provocando modificações na perspectiva do seu ensino em que a resolução de problema criou corpo como estratégia metodológica. Em âmbito nacional, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) vieram na esteira desse movimento.

O NCTM universalizou na década de 1980 a resolução de problemas como foco central para a aprendizagem em matemática, no entanto, Polya em 1945 publicara o clássico *How to solve it?* cuja segunda edição em 1975 tornou-se ressonante nos meios educacionais. Nas décadas de 1970 e 1980 métodos de ensino com foco na descoberta, ou redescoberta conforme alguns, despontavam, a heurística era vista como possibilidade de considerar modos próprios de pensar e, neste escopo, a proposta de Polya fez sentido e ganhou corpo.

Despontaram estudos, posicionamentos e propostas sobre a resolução de problemas. Segundo Schoenfeld (1992; 1996) a resolução problemas é a matemática propriamente dita, o que lhe confere *status* central nas atividades didáticas dos professores, visto que pode levar os alunos a pensar matematicamente uma vez que possibilita conjecturar e procurar soluções. Schoenfeld chama a atenção para diferentes entendimentos, por vezes conflituosos, sobre resolução de problemas e enfatiza suas decorrências para o ensino. Chamou-nos atenção alguns usos tradicionais que Stanic e Kilpatrick (1989) apontam para a resolução de problemas no ensino: como contexto em que são apresentados, como uma habilidade em que os alunos aprendem a resolver problemas depois que lhes são fornecidas regras e ferramentas para que consigam desempenhar eficazmente a tarefa e como arte.

Compreender o sentido do quesito resolução de problemas como contexto é tarefa sensível. Muitas vezes, apresentar um contexto é interpretado por professores como apresentar longos textos para enunciados de problemas, nem sempre sincronizados com contextos matemáticos. Nesse sentido, Guérios *et al.* (2009) alertam sobre entendimentos conflituosos acerca dos termos do trinômio “realidade-cotidiano-contextualização” que alguns professores têm ao confundi-los na ação didática por, não raras vezes, entendê-los como sinônimos. Tanto é que para alguns se as situações do cotidiano forem utilizadas para desencadear situações didáticas estarão automaticamente contextualizadas e que tais contextos devem estar inseridos nas atividades

didáticas com resolução de problemas. Aceitar que estarão automaticamente contextualizadas é um equívoco tendo em vista que o cotidiano diz respeito à circunstância de vida de cada um e aos significados que cada qual estabelece. A falta de sincronia entre contexto de enunciado e contexto matemático compromete a eficácia didática da resolução de problema em aulas de matemática. Uma decorrência desse comprometimento é a resolução de problema apenas como habilidade operativa para regras e dados conhecidos. Daí o interesse em pesquisar relações didáticas que se estabelecem em uma tríade formada pelo conhecimento matemático escolar desenvolvido em sala de aula, pelo professor de matemática e por seus alunos mediados pela resolução de problemas, focalizando a atividade heurística dos alunos. Certamente, o que se deseja é a resolução de problemas como arte, conforme Stanic e Kilpatrick. Na sequência deste capítulo abordaremos sobre relações dos alunos com textos de enunciados numa perspectiva de criação de contextos.

Interessante observar que Pozo apresenta alguns mitos relativos aos alunos que envolvem resolução de problemas, mitos esses, que oferecem indicativos para compreender a sala de aula sob o ponto de vista da didática. No nosso ver, a visão que os alunos têm da matemática e os mitos que criam e cultuam são, em grande parte, reflexos da ação didática de seus professores. São mitos citados:

“Os problemas matemáticos têm uma e somente uma resposta correta. Existe somente uma forma correta de resolver um problema matemático e, normalmente, o correto é seguir a última regra demonstrada em aula pelo professor. Os estudantes ‘normais’ não são capazes de entender Matemática; somente podem esperar memorizá-la e aplicar mecanicamente aquilo que aprenderam sem entender. Os estudantes que entenderam Matemática devem ser capazes de resolver qualquer problema em cinco minutos ou menos. A Matemática ensinada na escola não tem nada a ver com o mundo real. As regras formais da Matemática são irrelevantes para os processos de descobrimento e de invenção” (POZO, 1998, p. 46).

Ao tratar a resolução de problemas sob o âmbito da didática, estamos atentos à decorrência dessa perspectiva sob a ótica dos professores com a consciência de que não se trata apenas de uma questão de método e sim de

compreensão do processo didático em sua essência³. Entendemos que concepções que os professores têm sobre matemática e ciência lhes guiam as atitudes didáticas, muitas vezes inconscientes, na sala de aula, influenciando decisivamente no modo como o aluno se apropria do conhecimento matemático. Tanto é fato que, dependendo da concepção que têm, os alunos são levados a apropriarem-se de conteúdos curriculares pela repetição ou, ao contrário, os compreenderem conceitualmente. Os mitos citados por Pozo são identificados nas atitudes de alunos frente à matemática escolar. Não raras vezes, a apatia que demonstram em sala de aula é reflexo da espera pela condução a ser seguida para a resolução, visto que concebem haver um único caminho para a resolução e decorrente busca da resposta correta e que este caminho lhes é dado pelo professor. Nesse caso, os mitos citados são verdadeiras barreiras para que os alunos compreendam as situações que os problemas apresentam e acreditem-se capazes de buscar soluções em uma matemática que lhes faça sentido conceitual.

Estudos no campo da didática podem possibilitar que os mitos citados cedam lugar para uma aprendizagem mais efetiva, quando se trata da resolução de problemas. Onuchic e Allevato (2004, p. 223-224) são convincentes nesse sentido quando argumentam que

- “resolução de Problemas coloca o foco da atenção dos alunos sobre ideias e sobre o ‘dar sentido’. Ao resolver problemas os alunos necessitam refletir sobre as ideias que estão inerentes e/ou ligadas ao problema;
- resolução de problemas desenvolve o “poder matemático”. Os estudantes ao resolver problemas em sala de aula, se engajam em todos os cinco padrões de procedimentos descritos nos Standards 2000: resolução de problemas, raciocínio e prova, comunicação, conexões e representação., que são os processos de fazer Matemática, além de permitir ir bem além na compreensão do conteúdo que está sendo construído em sala de aula;
- resolução de Problemas desenvolve a crença de que os alunos são capazes de fazer Matemática e de que Matemática faz sentido. Cada vez que o professor propõe uma tarefa com problemas e espera pela

³ Em artigo vindouro estaremos abordando a questão da Didática do Aluno, por nós anunciada neste texto. Podemos adiantar que trata-se de percursos de aprendizagem dos alunos e do modo como relacionam-se com os conteúdos curriculares de sorte a convertê-los em conceitos matemáticos, ou não.

- solução, ele diz aos estudantes: ‘Eu acredito que vocês podem fazer isso!’ Cada vez que a classe resolve um problema, a compreensão, a confiança e a autovalorização dos estudantes são desenvolvidas;
- é gostoso! Professores que experimentam ensinar dessa maneira nunca voltam a ensinar do modo ‘ensinar dizendo’. A excitação de desenvolver a compreensão dos alunos através de seu próprio raciocínio vale todo esforço e, de fato, é divertido, também para os alunos ;
 - a formalização de toda teoria Matemática pertinente a cada tópico construído, dentro de um programa assumido, feito pelo professor no final da atividade, faz mais sentido.”.

Sob um ângulo complementar interessou-nos compreender a atividade heurística dos alunos no processo de resolução de problemas, até porque nos havia chamado atenção a afirmação de Lester de que “a incorporação de problemas heurísticos no ensino da Matemática desenvolve nos alunos a habilidade de elaborar uma hipótese sobre o método de solução a ser usado e testar essa hipótese, além de permitir que o aluno use sua intuição sobre possíveis soluções dentre várias estratégias que ele conhece”. (LESTER, 1988, p. 22).

Neste texto tratamos da ação didática do professor quando faz uso da resolução de problemas em suas aulas, problematizando e compreendendo seu movimento didático como metodologia de ensino. Para tal, focamos o olhar na atividade heurística do aluno. Em ato concomitante, analisamos circunstâncias didáticas decorrentes das relações identificadas na tríade formada e refletimos sobre elas.

A QUESTÃO DE INVESTIGAÇÃO E O PERCURSO METODOLÓGICO DA PESQUISA

Tendo em vista o exposto, nossa questão de investigação foi identificar relações didáticas que são estabelecidas na tríade professor-aluno-conhecimento matemático no processo de ensinar matemática por meio da resolução de problemas. A figura 1 a representa nossa questão de investigação:

Configuramos a tríade formulada no enunciado da questão de investigação como algo rígido (três elementos triangulados), porém, não estático, em constante movimento, em que não há início, tampouco fim. A resolução de problemas é concebida como o eixo que dá sustentação a esse movimento.

Figura 1 - Questão de investigação: tríade professor-aluno-conhecimento matemático

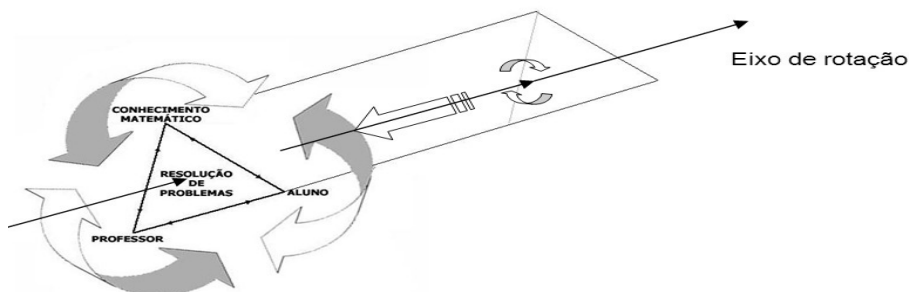


Fonte: os autores

A tríade, na figura, pode ser vista alegoricamente como um caleidoscópio por concebermos a sala de aula como um organismo complexo e dinâmico, que se movimenta e se desequilibra constantemente. Daí a ideia do triângulo que sustenta a tríade não estar apoiado em uma base.

A figura a seguir ilustra o movimento de aprendizagem e o da docência, visto que são processos complementares. As flechas dão a ideia de dinamismo, que centralizada na resolução de problemas, produz a rotação em sentido horário e anti-horário. A ideia do caleidoscópio ilustra como os conceitos que estão presentes durante a aula estariam se movimentando constantemente para cada um de seus vértices, representando um movimento compacto e ao mesmo tempo difuso em que as relações didáticas ocorrem em diferentes matizes.

Figura 2 - Movimento da aprendizagem e da docência



Fonte: os autores

Dessa forma conteúdos de matemática do ensino fundamental estariam circulando pelos três vértices do triângulo, ora concentrados no professor, ora concentrados no aluno, ora em ambos, ilustrando, analogamente, o momento de uma aula desenvolvida com qualquer metodologia de ensino que tenha a resolução de problema como centralidade da atividade didática. A metodologia pode ser, inclusive, uma aula expositiva oral, se dialogada e dinâmica, de sorte a possibilitar aprendizagem conceitual.

Ressaltamos que esta alegoria pressupõem o ensino e aprendizagem como processos complementares, um significando o outro. Ou seja, caracteriza a vida na sala de aula e a interação contínua entre o que lhe é ensinado, objeto da ação docente e o que ele aprende. Nos momentos em que formos em direção ao conhecimento matemático propriamente dito, em que aluno e professor estão frente a possíveis estratégias de resolver o problema, o vértice conhecimento matemático é o ponto de destaque e a base está formando a via do diálogo entre o professor e o aluno, quando discutem como resolverão ou resolveram determinado problema.

Foi nesse momento que investigamos relações didáticas que são estabelecidas na tríade professor-aluno-conhecimento matemático, na ação de ensinar matemática por meio da resolução de problemas, concebendo-a como eixo que dá sustentação a esse movimento. Para nossa análise ponderamos sobre alguns usos e interpretações da resolução de problemas em matemática, sobre a didática, em especial a didática prática e sobre o significado de contexto na resolução de problemas.

PERCURSO METODOLÓGICO DA PESQUISA

A pesquisa que originou este texto foi qualitativa de natureza interpretativa. Os sujeitos da pesquisa foram 28 alunos de 5ª série e 41 de 6ª série de uma escola pública, atuais 6º e 7º anos do ensino fundamental, e seus professores, que são licenciados em Matemática e possuem curso de especialização na área.

Os instrumentos para coleta dos dados empíricos foram: registro escrito das resoluções de lista de atividades matemáticas compostas por problemas e exercícios que os alunos resolveram em sala de aula, entrevista semiestrutura-

da com os professores dos alunos para compreensão do movimento didático estruturante da prática docente que desenvolviam e dos respectivos entendimentos acerca dos processos resolutivos dos alunos, a partir, inicialmente, dos registros escritos com as resoluções das atividades e posteriormente, dos registros orais dos alunos e entrevista semiestruturada com alunos para identificação dos procedimentos heurísticos presentes na resolução dos problemas sobre seus procedimentos de resolução, o que deu origem a uma leitura dos dados sob o ponto de vista da heurística presente nas respectivas resoluções.

Foram considerados como fatores de análise: a capacidade de interpretar perguntas, de fazer conjecturas, de usar diferentes estratégias, deduzir, intuir, ter a preocupação de interpretar e validar os resultados e, também, verificar a possibilidade de fazer generalizações.

A interpretação dos registros escritos foi realizada a partir da categorização das resoluções dos alunos. Em seguida, foram identificadas as concepções manifestadas pelos professores sobre a resolução de problemas e o modo como o aluno pensa e resolve (o registro escrito do aluno) e explica como resolve (o registro oral do aluno). Com este procedimento buscou-se identificar de que modo o aluno resolve os problemas na prática e como explica o modo como resolveu o problema quando questionado oralmente nas entrevistas. Adotou-se para esta interpretação a seguinte metodologia: destacou-se trechos das entrevistas dos alunos que chamaram a atenção por estarem impregnadas do que é chamado de “contradição na prática” (MARTINS, 1998) e que, por sua vez, esclareceram o modo didático com que os alunos resolvem problemas matemáticos. A análise foi fundamentada teoricamente na didática prática com foco na heurística na resolução de problemas, nas compreensões dos professores sobre a resolução de problemas e no desvelamento heurístico dos alunos. Sequencialmente, fez-se o cruzamento dos dados empíricos e teóricos. A seguir, identificamos o movimento estabelecido na tríade aluno-professor-conhecimento matemático quando se ensina matemática por meio da resolução de problemas retomando-se as interpretações dos registros escritos e orais circunstanciando as contribuições da didática, da heurística e da resolução de problemas.

DIDÁTICA EM UM CONTEXTO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E HEURÍSTICA

Iniciamos a abordagem teórica observando as produções de dois grupos de pesquisadores preocupados com as relações da didática na prática: um grupo alemão, o grupo Teoria da Educação Matemática (TEM) criado por Hans George Steiner, fundamentado na filosofia, com estudo epistemológico. O outro é um subgrupo deste, que é espanhol, o *Teoría y Metodología de Investigación em Educación Matemática*, coordenado por Juan Godino. A atividade de teorização em educação matemática é vista por Steiner como um componente da educação matemática e por um sistema mais amplo denominado Sistema de Enseñanza de las Matemáticas (SEM) que engloba a didática da matemática, sendo a teoria da educação matemática o núcleo central do sistema. Ao seu redor, contendo núcleos próprios e independentes no sistema, têm-se outras áreas do conhecimento como sociologia, filosofia, epistemologia, psicologia, linguística, entre outras.

Por sua vez, Brousseau apostou em outra perspectiva teórica que permitisse compreender as interações sociais desenvolvidas na sala de aula entre alunos, professor e o saber. Para Brousseau (1978), a relação didática é potencialmente conflitiva, pois nela se busca propiciar interações do aluno com o objeto de conhecimento, aprofundando e ampliando as relações e significações acerca desse objeto. Daí emergem questões sobre as *situações didáticas* e *a-didáticas*. Para ele as situações didáticas se enquadram em um sistema formado pelos binômios *aluno-meio* e *aluno-professor*. A interação entre aluno e professor, em relação ao binômio *aluno-meio* envolve uma regulação da produção do conhecimento em que o professor desenvolve mecanismos didaticamente interferentes e valida as situações de aprendizagem. Já na situação *a-didática*, o aluno independe de tantas interferências para a promoção de sua aprendizagem, pois consegue caminhar por si na construção do conhecimento e na busca de soluções.

A resolução de problemas favorece a ocorrência de situações *a-didáticas* em que o aluno conjecture, elabore estratégias e descubra (heurísticamente) a solução do problema. Possibilita que construa conceitos pela experimentação e pelas relações que estabelece com os saberes e os conhecimentos que subsidiam um processo de aprendizagem. Nesse sentido, Guérios (2002; 2005)

ressalta o ato de criar como desencadeador de aprendizagem associando a criação ao caminhar, num processo de construção pela ação na prática em que a relevância da experiência é extrema. Afirma Guérios que a ação do aluno nesse caminhar está vinculada à postura didática do professor, postura essa que lhe permita estabelecer relações por si. Nesse sentido, nos sentimos provocados a observar a resolução de problemas com seus enunciados e as resoluções apresentadas pelos alunos sob a perspectiva de relações didáticas estabelecidas entre alunos, professores e os conhecimentos matemáticos que ministram, quando a atividade é a resolução de problemas.

Nesta pesquisa a didática em matemática é entendida além do ponto de vista teórico que, por vezes, fez perguntar se era esse realmente o caminho para tentar explicitar os tipos de relações didáticas que buscamos identificar. Para tal fizemos uso de produções teóricas de Martins (1998) e Wachowicz (1989) no campo da didática prática e da didática na prática. Estes estudos no campo da didática têm como escopo o professor, destacam o aluno como personagem da ação didática e evidenciam decorrências provenientes de relações estabelecidas entre professor, aluno e conhecimento. Para nós, emergiram questões desafiadoras, como: seria a didática atribuída exclusivamente ao professor? Existiria didática do aluno? Seria o aluno fruto da didática do professor ou seria ele o personagem central da ação didática? Que relações estabelecidas pelos alunos em seus processos de aprendizagem são possíveis identificar?

Durante os estudos para responder à questão de investigação nos pareceu que a movimentação na tríade que compusemos, sustentada em seu eixo pela resolução de problemas, se faria pela égide da dialética. Wachowicz (1989), Klafki (1969) e Kowarzik (1974) trouxeram contribuições para a reflexão em relação à dialética que nos possibilitaram tornar visível o movimento didático da tríade formulada, além de visibilizar a complexa dinâmica das inter-relações e conexões em que a atuação do professor está compreendida.

Nas palavras de Kowarzik (1974, p. 13), o pensar dialeticamente revela que:

“... nas situações educacionais, os momentos dialéticos não são fatos imobilizáveis, mas conexões de sentido em que a ação educacional precisa se mover enquanto determinada pedagogicamente; da mesma

forma, a teoria pedagógica não é apenas uma análise que retrata a realidade educacional, mas um guia para o educador se tornar consciente da responsabilidade de sua atividade educativa”.

Wolfgang Klafki (1969) afirma que a dialética é responsável por “proporcionar ao educador uma visão dos pressupostos frequentemente ocultos de sua atividade com uma sempre renovada consciência de si mesmo”. (KLAFKI, 1969 *apud* SARRAZI, 1996, p. 86). Em nossa compreensão, o tornar-se consciente da responsabilidade de sua atividade educativa pode possibilitar ao professor, como se fora um alerta interior, a visão desses pressupostos ocultos de sua atividade e, assim, o instigar a uma prática pedagógica em matemática focada na busca de relações e inter-relações em situações didáticas numa perspectiva dialética. Essas situações didáticas, se viabilizadas pela resolução de problemas, favorecem a compreensão da realidade pela compreensão de seus enunciados ao mesmo tempo em que favorecem a compreensão conceitual de conteúdos curriculares. Configuramos, assim, uma simbiose entre a atividade educativa do professor e sua ação didática em aulas de matemática, que estabelece conexões de sentido com vistas a dinamicidade num processo de aprendizagem. Nesse contexto, parece-nos que a heurística dos alunos em suas resoluções desponta como fator determinante na atividade matemática com consciência pedagógica, que considera o pensar do aluno e seus caminhos de aprendizagem.

Frente ao que abordamos, encontramos ressonância em Wachowicz (1989), que desenvolveu seu estudo propondo uma didática cujo núcleo central é o método dialético na sala de aula. Sua proposta tem como fundamento considerar a possibilidade de contrapor à prática tradicional uma prática de educação através da ação didática, na qual o conteúdo do trabalho didático está intrínseco à prática social e a forma ao diálogo, por nós entendido como a relação estabelecida na tríade aluno-professor-conhecimento. Esse conhecimento é relacionado a problemas colocados em exercício pela prática social e ao conteúdo produzido socialmente. Em suas palavras:

“... existe um método didático, que não é o método de pesquisa nem é o método de ensino próprio de cada área do conhecimento. [...] A este método, que não é um método geral ‘capaz de ensinar tudo a todos’,

como queria Comenius na sua *Didática Magna*, mas a forma pela qual trabalha o pensamento ao se apropriar da realidade, chamaremos de método dialético” (WACHOWICZ, 1989, p. 2-3).

Para a análise dos dados empíricos fizemos este recorte teórico em relação à dialética para identificar com a lente da heurística como o movimento didático ocorre na prática quando se faz uso da resolução de problemas. Em relação à *atividade heurística* diz Puchkin:

“Acontece que, na vida cotidiana, [...], freqüentemente surgem diante do homem situações que geram conflitos entre as circunstâncias e as exigências do exercício de uma atividade. Precisa o homem executar uma série de ações e solucionar este ou aquele problema. Contudo, as condições reinantes não lhe propiciam meios para solucionar esses problemas. E mesmo todo o seu arsenal de experiências passadas não lhe apresenta qualquer esquema completo adequado às condições emergentes. A fim de descobrir uma saída para a situação, deve o homem criar uma nova estratégia de ação, isto é, concretizar um ato de criação. Contingência como esta é, normalmente, denominada um problema ou uma situação problemática, ao passo que o processo psíquico que, ao auxiliar sua solução elabora uma nova estratégia que se mostra como algo inédito é designado como pensamento criador ou, para usarmos terminologia que nos vem de Arquimedes, atividade heurística” (PUCHKIN, 1969, p. 8).

Em nosso entender há conexão entre “ato de criação”, “situação problemática” e “pensamento criador” em situação da vida e da escola, no dizer de Puchkin. O autor circunstancia a atividade heurística como própria da resolução de conflitos inerentes à vida cotidiana. O ato de criação a que se refere está contextualizado na prática social visto referir-se ao modo de sanar dificuldades, conflitos e exigências do exercício de uma atividade cujos métodos convencionais e cotidianos não foram suficientes para resolver uma atividade que, no sentido do texto, pode ser considerada em sentido universal como toda atividade. Ora, podemos contextualizar o ato de criação no âmbito da prática educativa como a criação de estratégia para soluções pretendidas. Ao transportarmos para a atividade didática, torna-se central no processo de resolução de problemas como estratégia para a aprendizagem. Se ampliarmos o contexto da atividade didática para o contexto educacional em suas múltiplas dimensões, adquire sentido tão amplo quanto profundo.

As ilações que podemos fazer entre método dialético e atividade heurística, assim como os entrelaçamentos entre atividade cotidiana, prática social e situações educacionais levam a crer em uma prática educativa dialética em que o pensamento se aproprie da realidade e que potencialize a heurística na resolução de problemas.

Polya, já em 1957, ressaltou contribuições favoráveis da atividade heurística para o ensino da matemática. Eis o que escreveu a esse respeito.

“A Heurística moderna esforça-se por compreender o processo de resolução de problemas, especialmente as operações mentais, tipicamente úteis nesse processo. Dispõe de várias fontes de informação, nenhuma das quais deve ser desprezada. Um estudo sério da heurística deve levar em conta tanto as suas bases lógicas quanto as psicológicas, não deveria negligenciar aquilo que autores antigos como Pappus, Descartes, Leibnitz e Bolzano disseram sobre o assunto, mas muito menos deveria negligenciar a experiência imparcial. A experiência na resolução de problemas e a experiência na observação dessa atividade por parte de outros devem ser a base em que a heurística é construída. Nesse estudo, não deveríamos descurar de nenhum tipo de problema, e deveríamos buscar os aspectos comuns na maneira de tratar de problemas de toda a sorte: deveríamos visar aos aspectos gerais, independentemente do assunto do problema. O estudo da heurística tem objetivos ‘práticos’: uma melhor compreensão das operações mentais tipicamente úteis na resolução de problemas poderia exercer uma influência benéfica sobre o ensino, especialmente sobre o ensino da Matemática.” (POLYA, 1957, p. 129-130).

Conforme indicou Polya, muitos matemáticos se propuseram a refletir sobre a resolução de problemas com o enfoque na heurística. Pappus, matemático grego que viveu por volta do ano 300, escreveu um livro cujo título pode ser traduzido como *O Tesouro da Análise* (Arte de Resolver Problemas) ou *Heurística*, onde procurava sistematizar um método para resolver problemas. As mais famosas tentativas de sistematização da heurística foram realizadas pelos matemáticos Descartes e Leibnitz, bem como pelo filósofo Bernardo Bolzan e Poincaré que apresentou uma das mais expressivas descrições da atividade heurística em *Memórias sobre as Funções de Fuchs*, conforme ressalta Puchkin.

Polya organizou didaticamente os princípios da heurística. Segundo ele, o objetivo da Heurística é o estudo dos métodos e das regras da descoberta e da invenção. Polya concebe a matemática não como uma disciplina formal, mas enfatiza a sua correlação com a intuição, a imaginação e a descoberta, defendendo que se deve imaginar a ideia da prova de um teorema antes de prová-lo. Pode-se, dessa maneira, perceber que muitas vezes se erra e tem-se que descobrir outras saídas, o que acaba contribuindo para melhorar a capacidade de imaginar soluções: “O resultado do trabalho criativo do matemático é o raciocínio demonstrativo, a prova, mas a prova é descoberta por raciocínio plausível, pela imaginação” (POLYA, *apud* SCHOENFELD, 1992, p. 341.) Polya obteve destaque com seus trabalhos ao circunstanciar a matemática como resolução de problemas, colocando-a como o foco principal do saber matemático. Polya chama-nos a atenção para o potencial das descobertas em matemática, do trabalho criativo dos alunos e da heurística na resolução de problemas. Percebe-se, portanto, que falar em heurística na resolução de problemas é falar sobre “métodos e regras que conduzem à descoberta, inovação, investigação e resolução de problemas”. (VILANOVA, 2000).

COMPREENSÕES, NÃO COMPREENSÕES E RELAÇÕES DIDÁTICAS

Para compreender o processo ensino-aprendizagem em matemática por meio de resolução de problemas focado na heurística da resolução, analisou-se detalhadamente as entrevistas com os professores, os alunos e o modo como o conhecimento matemático perpassa as relações didáticas e a-didáticas. Os resultados revelam algumas lacunas e contradições presentes no movimento didático que ocorre na tríade professor, aluno e conhecimento matemático no processo de ensinar por meio da resolução de problemas. A heurística pode ser observada mais detalhadamente quando foi permitido ao aluno relatar oralmente ao professor suas estratégias e procedimentos na descoberta das soluções dos problemas.

Percebeu-se contradições entre as falas dos professores e dos alunos quando se verificou os entendimentos que têm sobre o que é um problema. As entrevistas mostraram elementos fundamentais ao processo de compreensão do movimento didático.

Havia problemas com enunciados curtos e outros com enunciados longos. Os longos tinham o objetivo de criar contextos para que os alunos identificassem uma situação configurada, a compreendessem e identificassem o conteúdo matemático que o resolvessem. Ato concomitante seria a elaboração de estratégia, autônoma, para a resolução.

O modo como resolveram e o modo como disseram que resolveram problemas com enunciado longo são extremamente contraditórios. Referente aos exercícios de aplicação direta de algoritmos identificou-se um discurso coerente com a prática, não contraditório. Os problemas com enunciados curtos foram praticamente todos resolvidos, sem grandes contestações ou “sombra de dúvidas” pelos alunos, o que pôde ser observado nas entrevistas. A justificativa quanto à preferência por enunciados curtos pareceu semelhante à dada em relação aos exercícios algorítmicos de “continhas”, mais fáceis de ler, entender e resolver.

Perguntas que fogem do contexto estritamente numérico do problema mostram que o contexto linguístico dos problemas foram ignorados quando:

1. os alunos resolveram a maioria dos problemas com a aplicação direta de um algoritmo. Entendeu-se que tal atitude metodológica evidencia uma crença de que um problema de matemática só pudesse ser resolvido com algum tipo de cálculo ou algoritmo estruturado. Ou seja, uma ficha com exercícios e problemas de matemática não poderia ter questões sem cálculos, o que nos leva à hipótese de que os alunos imaginam ser desnecessário responder a perguntas de interpretação de texto, uma vez que a atividade era de matemática;

2. ao questionar os alunos sobre suas resoluções e escolha do procedimento algorítmico em determinados problemas, foram enfáticos em dizer que o diferencial estava no fato de ser possível, mesmo em enunciados longos, buscar por palavras-chave que façam alguma relação com a pergunta do problema. Dessa forma, a solução do problema seria algum tipo de conta com os números expostos no problema;

3. palavras como: *prestação*, *repartiu*, *juntou*, *perdeu*, entre outras, são procuradas pelos alunos para tornar possível elaborar um plano de ação, que necessariamente envolva algum tipo de operador matemático. Há uma crença

de que, se determinado dado numérico do problema não foi utilizado, então algo não vai bem na resolução, do contrário, *por que este dado estaria lá?* O fato apontado refuta a suposição de que um bom problema é aquele que tem enunciado longo na tentativa de criar contextos. Afinal, dizem os alunos que *garimpam* as palavras-chave que necessitam para solucionar o problema.

Percebeu-se que os professores tinham um pré-conceito em relação aos acertos e erros dos alunos nas resoluções dos problemas. Surpreendentemente, ao questionar os alunos quanto à forma como chegaram em determinada situação aparentemente errada, percebeu-se uma didática até então ofuscada na ação didática do professor dando vez então a um personagem atuante na ação didática: o aluno com didática própria.

Alguns alunos resolveram “de qualquer maneira”, mas ao serem entrevistados sobre o modo como chegaram as suas soluções, assumiram um papel mais investigativo e deixaram transparecer o real entendimento que tiveram acerca dos problemas. No momento em que o aluno foi convidado a dizer o que pensa sem a interferência dos colegas de sala, e controle direto da dinâmica do professor, é que percebemos o que passamos a chamar de didática do aluno, ou seja, uma didática própria que emergiu quando os alunos se manifestaram ao reestruturar ou responder o questionamento do professor, quando justificou suas escolhas e procedimentos na resolução de um problema. Na justificativa das escolhas emergiu o pensamento criador decorrente do movimento heurístico dos alunos que possibilitou identificar o senso-lógico não só das respostas obtidas, mas do próprio processo de resolução, correto de pronto, ou não. Estaria aqui um embrião para uma concepção de resolução de problema como arte conforme perspectiva apontada por Schoenfeld?

Os professores afirmaram que procuram fazer um misto de atividades em suas aulas propondo problemas com enunciados longos e curtos. Para eles o importante é que as atividades façam o aluno pensar e contribuam para o desenvolvimento da autonomia na busca pela solução. Ao mesmo tempo disseram que problemas com enunciados longos não são muito utilizados por conta da dificuldade dos alunos em resolvê-los e do repúdio que eles têm pela interpretação dos textos. Para os alunos, problemas com enunciados longos são considerados muito difíceis de resolver. A justificativa deles é que problema

com muita informação atrapalha a busca por dados que o resolvam. Embora tais enunciados tenham a intenção de criar contextos para gerar significados às situações configuradas, a preocupação em valorizar e, não raras vezes, forçar contextos para a aplicação dos problemas redundou em atividade didática sem sentido para os alunos.

A resolução dos problemas nesta pesquisa mostrou diferentes perspectivas. Problemas com enunciados curtos ou com aplicação direta de algum algoritmo foram os mais apreciados pelos alunos, mas, em contrapartida, professores entendem que uma boa avaliação deveria ter problemas com enunciados curtos e longos. Justificam que avaliações institucionais cobram dos alunos questões de interpretação de texto. As avaliações institucionais a que se referiram são o Exame Nacional do Ensino Médio (Enem), o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) e o Programa Internacional de Avaliação de Alunos (Pisa), promovido pela Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento Econômico (OCDE). O que de fato é uma contradição é o professor primar por problemas que ensinem ao aluno o pensar autônomo, mas, na prática, priorizem exercícios de aplicação direta de algoritmos. Professores e alunos têm compreensões diferentes sobre contextos de enunciados havendo inquietação no processo de resolução devido à falta de valorização e entendimento da situação envolvida. Em geral, a não compreensão dos enunciados impede a identificação do contexto pretendido.

A literatura tem evidenciado haver dicotomia entre a teoria e a prática docente, provocando reflexões entre teoria estabelecida e prática desenvolvida, levando-nos a refletir sobre o fato exposto. Martins (1998), Wachowicz (1989) e Oliveira (1993) dedicaram-se ao estudo da dicotomia existente entre teoria e prática escolar. Nesse sentido, o movimento didático na tríade, professor-aluno-conhecimento matemático, ora propiciou o movimento de criação de estratégias de resolução, ora repicou a tradicional atitude de busca de palavras chaves e de resoluções meramente algorítmicas.

Merecem destaque duas concepções que primam pelo debate dialético entre a produção de conhecimentos teóricos e conhecimentos práticos: a didática teórica embasada em Brousseau, (1978) e didática prática apoiada em Martins (1998): a primeira trata da disciplina acadêmica que se interessa por

descrever e explicar os estados e evoluções dos sistemas didáticos e cognitivos e a segunda se interessa pela problemática da tomada de decisões na aula, pela ação reflexiva em um lugar e tempo específicos.

A maior parte das dificuldades encontradas pelos alunos nas resoluções dos problemas, e que certamente só puderam ser analisadas após as entrevistas, diz respeito ao fato de que eles têm dificuldade de entrar no movimento didático. Não compreendem termos que o professor domina, não sabem o que o professor espera deles, não integram as supostas “regras do jogo”. Nessa circunstância é inexistente qualquer ação reflexiva. A resolução de problema não se configura em estratégia de ensino que estimule a atividade heurística do aluno e necessite dele tomada de decisão para competente resolução.

De acordo com o discurso, os professores primam por atividades contextualizadas, mas na prática os alunos que foram entrevistados nos mostraram uma prática diferente da que os professores julgavam realizar, preferiram, e resolveram melhor, os exercícios de aplicação direta de algoritmos. No discurso, a prática de algoritmização e uso de formulários sem significado são condenados pelos professores, mas, de alguma forma, pelo próprio movimento didático da aula de matemática, ocorrem com frequência. A fala dos alunos nos mostrou acreditarem que problemas fáceis são aqueles com enunciados curtos e com pouca informação, da mesma forma que os exercícios de aplicação direta de algoritmos, sendo que estes mesmos, segundo os alunos e os professores entrevistados, não favorecem o pensar matematicamente, mas são muito utilizados, pois são mais fáceis de aprender.

Propaga-se ser a resolução de problemas o ponto de partida da atividade matemática. Melhor analisando a aplicação de diferentes tipos de problemas com enunciados longos e curtos com a intenção de criar contextos, percebeu-se que, dependendo do movimento didático estabelecido pela tríade aluno-professor-conhecimento matemático, nem mesmo servem de ponto de partida para a atividade matemática.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Concordamos com os autores que valorizam a resolução de problemas como potencializadores de processos heurísticos na aprendizagem em

matemática. Em relação aos entendimentos manifestados sobre a resolução de problemas, em especial o modo como o aluno pensa que faz e faz na prática, a que chamamos de didática prática do aluno, concluímos que se aproxima muito daquela didática prática explicitada em Martins (1998) e Warchowicz (1989).

O movimento didático na tríade aluno-professor-conhecimento matemático ora replicou a tradicional atitude de busca de palavras chaves ou de resoluções meramente algorítmica, ora propiciou o movimento de criação de estratégias de resolução para os problemas.

Algumas dificuldades dos alunos em resoluções dos problemas têm origem na dificuldade do aluno em entrar no movimento didático, ora por não compreenderem termos que os professores utilizam, ora por não saberem o que os professores esperam deles, ora por buscarem resoluções padronizadas para enunciados. Nessas circunstâncias, a resolução de problema não se configura em estratégia de ensino que estimule a atividade heurística do aluno e necessite dele tomada de decisão para resolução. As dificuldades percebidas inviabilizam a potencialidade didática da resolução de problemas como estratégia para o ensinar e para o aprender. Uma contradição evidente é o professor defender que problemas propiciam ao aluno o pensar autônomo, mas, na prática, priorizar exercícios de aplicação direta de algoritmos. Professores e alunos têm compreensões diferentes sobre contextos de enunciados havendo inquietação no processo de resolução devido ao não entendimento da situação configurada. Em geral, a não compreensão dos enunciados impede a identificação do contexto pretendido.

Em sentido oposto, quando houve movimento de criação de estratégias de resolução para os problemas, os dados evidenciaram que as relações didáticas estabelecidas na tríade aluno-professor-conhecimento matemático no processo de ensinar matemática por meio da resolução de problemas podem ser: potencialmente heurísticas: por mobilizarem a descoberta, o desenvolvimento da autonomia e a criação de diferentes estratégias para um mesmo problema; criadoras: por serem capazes de modificar e transformar conceitos vazios de significado em situações-problema com a valorização do senso-lógico das respostas; e motivadoras: por dar sentido aos diversos problemas que a matemática dá conta de resolver. Essas relações favorecem a ocorrência de

situações a-didáticas em que o aluno conjectura, elabora estratégias e descobre (heurísticamente) a solução do problema. Possibilita que construa conceitos pela experimentação e pelas relações que estabelece com os saberes e os conhecimentos que subsidiam um processo de aprendizagem. E o eixo que dá sustentação ao movimento didático, que torna notável não só a didática do professor, mas, principalmente a didática do aluno, é a resolução de problemas, responsável por, dialeticamente, aproximar os vértices da tríade em prol da dinamização do processo ensino-aprendizagem em matemática.

A identificação dessas relações didáticas tornou visível o movimento na tríade aluno-professor-conhecimento matemático, e colaborou para percepção do professor sobre múltiplas facetas de uma metodologia de ensino instrumentalizada pela resolução de problemas, como também colaborou para sua tomada de consciência da complexidade da dinâmica das relações, inter-relações e conexões em que sua própria atuação está compreendida.

Os resultados obtidos oferecem subsídios para que professores envolvidos com a prática docente escolar possam aperfeiçoar seus métodos para ensinar matemática tendo em vista o aprimoramento de sua ação didática por meio da resolução de problemas.

REFERÊNCIAS

AMS, **American Mathematical Society**. NCTM 2000, Association Research Group Second Report. Notices of the AMS, February 1998.

BROUSSEAU, Guy. L'observation des activités didactiques. **Revue française de pédagogie**, n. 45, 1978.

CURRICULUM AND EVALUATION STANDARDS FOR SCHOOL MATHEMATICS (NCTM, 1989; **Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar**, tradução APM - Portugal, 1991).

GUÉRIOS, E., **Espaços intersticiais na formação docente**: indicativos para a formação continuada de professores que ensinam matemática In: FIORENTINI, D.; NACARATO, A. (Orgs.). Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática, São Paulo, Musa, 2005, p. 128-151.

_____. E., Espaços oficiais e intersticiais da formação docente: histórias de um grupo de professores na área de ciências e matemática. Tese (Doutorado) - UNICAMP, Campinas, 2002.

GUÉRIOS, E. GOSMATTI, A. FERNANDEZ, A., ZARAMELA, D. PERINE, G. Estudo de elementos componentes da prática didática e metodológica de professores que ensinam matemática, Encontro Paranaense de Educação Matemática, 10. **Anais...** Guarapuava, SBEM-PR, 2009.

KLAFKI, W. O pensamento dialético na pedagogia. **Formas do pensamento e métodos de pesquisa da ciência da educação**, v. 1, ed. S. Oppolzer, Munique, 1969.

KOWARZIK, W. S. **Pedagogia Dialética de Aristóteles a Paulo Freire**. Trad. Wolfgang Leo Maar. São Paulo: ed. Brasiliense, 1974.

LESTER, F. K.; D'AMBROSIO, B. S. Tipos de Problemas para a Instrução Matemática no Primeiro Grau. **Bolema – Boletim de Educação Matemática**, Universidade do Estado de São Paulo, Rio Claro, n. 4, 1988, p. 33-40.

MARTINS, Pura Lúcia Oliver. **A Didática e as Contradições da Prática**. São Paulo: Papirus Editora, 1998.

NCTM. **Professional Standards for Teaching Mathematics**. National Council of Teachers of Mathematics, Virginia, 1991. Normas Profissionais para o Ensino de Matemática. Tradução da Associação de professores de Matemática, Portugal, 1994.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. **Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas**. In: BICUDO, A. V.; BORBA, M. C. (Orgs.). Educação Matemática: pesquisa em movimento. São Paulo: Ed. Cortez, p. 213-224, 2004.

POLYA, G. **How to Solve It?** 2. ed. New York, Double Anchor Book, 1957.

POLYA, G. **A Arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Ed. Interciência, 1995.

POZO, J. I. (Org.). A Solução de Problemas - Aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: Editora Artmed, 1998.

PUCHKIN, V. N. **Heurística**: a ciência do pensamento criador. Rio de Janeiro, Zahar Ed., 1969.

SARRAZI, B. **La sensibilité au contrat didactique**: rôle des Arrière-plans dans la résolution de problèmes d'arithmétique qu' cycle trois Thèse (Doctorat) – Université de Bordeaux II, 1996.

SCHOENFELD, H. A. Problem Solving in context(s). In: CHARLES, R.; SILVER, E. (Orgs.). **The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving**. LEA e NCTM, Reston, 1989.

SCHOENFELD, H. A. **Learning to think mathematically**: problem solving, metacognition, and sense making in mathematics, Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning (D. Grouws, Ed.), New York: MacMillan, 1992.

SCHOENFELD, A. Porquê toda esta agitação acerca da resolução de problemas? In: ABRANTES, L. P.; LEAL, C.; PONTE, J. P. (Eds.). **Investigar para aprender matemática**. Lisboa: APM e Projecto MPT, 1996. p.61-72. (Artigo originalmente publicado em 1991 na revista ZDM).

STANIC, G.; KILPATRICK, J. 'Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum'. In: CHARLES, R. I.; SILVER, E. A. (Eds.). **The Teaching and Assessing of Mathematical Problem Solving**. USA: National Council of Teachers of Mathematics, 1989. p.1-22.

VILANOVA, S.; *et al.* Concepciones y creencias sobre la matemática. Una experiencia con docentes de 3er. Ciclo de la Educación General Básica. **Revista Iberoamericana de Educación**, Argentina, 2000.

WACHOWICZ, L. A. **O Método Dialético na Didática**. 2. ed. Campinas/SP: Papyrus, 1989.