Capítulo 08

Atividades de modelagem matemática mediadas por vídeo e oficina: uma discussão no contexto da educação

Lilian Akemi Kato
Valdinei Cezar Cardoso

KATO, LA., and CARDOSO, VC. Atividades de modelagem matemática mediadas por vídeo e oficina: uma discussão no contexto da educação. In: BRANDT, CF., and MORETTI, MT., orgs. *Ensinar e aprender matemática*: possibilidades para a prática educativa [online]. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2016, pp. 161-180. ISBN 978-85-7798-215-8. Available from SciELO Books <http://books.scielo.org>.

CAPÍTULO 08

ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA MEDIADAS POR VÍDEO E OFICINA: UMA DISCUSSÃO NO CONTEXTO DA EDUCAÇÃO

Lilian Akemi Kato
Valdinei Cezar Cardoso

INTRODUÇÃO

Um dos desafios atuais da educação matemática, em todos os níveis, é a determinação de estratégias de ensino e aprendizagem que ofereçam instrumentos de ação para que professores e estudantes possam desenvolver-se plenamente durante processo de elaboração do conhecimento.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) apontam que a educação deve ser estruturada em quatro alicerces: aprender a conhecer, aprender a fazer, aprender a viver e aprender a ser. Para a efetivação destes alicerces, no que tange ao ensino de matemática, uma das dificuldades consiste em elaborar mecanismos que permitam a construção individual dos significados dos conceitos científicos pelos estudantes.

Essa discussão, acerca do processo de construção do conhecimento, provoca inúmeras reflexões, de cunhos didático-metodológico, epistemológico, filosófico e psicológico. Interessam-nos, aqui, as discussões dadas no âmbito do ensino da matemática na educação básica, principalmente quando se concebe a matemática no rol das disciplinas nas quais o estudante é desafiado a interpretar e criticar o mundo que o cerca, podendo atuar e inferir sobre ele e não mais somente como um escopo de conhecimentos que deve ser assimilado.

Nesse sentido, a Modelagem, como uma das tendências da educação matemática, proporciona um ensino centrado no processo de elaboração de soluções de problemas, matemáticos ou não, despertando o interesse para o estudo da matemática e promovendo a aprendizagem reflexiva, rompendo, assim, com a concepção do ensino baseado na transmissão de conteúdos.

Trata-se de uma estratégia de ensino que valoriza a criatividade e o trabalho em grupo, visando o desenvolvimento de habilidades para a pesquisa, como a capacidade de levantar e testar hipóteses e, principalmente, de explicitar as relações da matemática com outras disciplinas.

As atividades de Modelagem evidenciam os aspectos interdisciplinares, de modo a motivar os alunos a aplicar a matemática em situações advindas de outras áreas do conhecimento, a fim de atribuir significado aos conceitos matemáticos envolvidos, o que possibilita maior compreensão acerca do problema de estudo, diferente daquela proveniente unicamente do senso comum.

Diversos autores – como Blum (2002); Blomhoj e Jensen (2003); Kaiser *et al.* (2007); Lesh e Doerr (2006), entre outros – defendem a inclusão de atividades de Modelagem Matemática no currículo escolar, destacando, como um dos seus principais argumentos, a motivação e a preparação para utilizar a matemática em diferentes áreas.

Neste contexto, o estudo sobre a utilização de diferentes estratégias, como apoio a essas atividades, vem se destacando nas pesquisas mais recentes (principalmente aquelas que abordam o uso de tecnologias), seja como recurso didático ou como material instrucional para professores ou alunos – Jacobini (2003); Prensky (2006); Borba (2001) –, ou ainda frisando a importância da utilização de oficinas e situações experimentais para o ensino e a aprendizagem de matemática – Sriraman e Harry (2004; 2005); Lorenzato (2006).

Neste texto, apresentamos dois exemplos de atividades de Modelagem Matemática mediadas por duas estratégias didáticas de apoio: os vídeos educativos e as oficinas de matemática. Esses dois exemplos oferecem uma gama de possibilidades a professores e estudantes para a inclusão desse tipo de atividade no currículo escolar, apontando, ainda, algumas vantagens da inserção de diferentes tendências da educação matemática, com vistas à atribuição de significado aos conceitos matemáticos envolvidos, por meio do desenvolvimento de problemas com características interdisciplinares.

A primeira atividade foi desenvolvida com uma turma de estudantes do nono ano do ensino fundamental de uma escola particular da cidade de Goioerê-PR, no ano de 2011. O objetivo foi investigar algumas das potencialidades da utilização de vídeos educativos como instrumento de apoio às atividades de Modelagem Matemática, com vistas à atribuição de significado ao conceito matemático de *função afim*[1].

A segunda atividade foi desenvolvida com um grupo de professores de matemática do Núcleo Regional de Educação de Maringá- PR, também no ano de 2011, durante um curso de formação continuada envolvendo a Modelagem Matemática. Nesta atividade, evidenciamos a construção de modelos matemáticos envolvidos numa oficina de pipas.

Pretende-se, com o relato dessas duas atividades, apresentar a Modelagem Matemática como uma estratégia motivadora para o ensino da matemática, evidenciando a inserção desta disciplina em outros contextos da realidade e apontando a utilização de outros recursos didáticos aliados a essa estratégia – nesses casos, em particular o vídeo e a oficina, instrumentos de apoio que interferem de forma positiva em todo o processo de ensino e aprendizagem.

A MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO

A discussão acerca das dificuldades enfrentadas por professores e alunos, em todos os níveis de ensino, no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, é um dos principais temas norteadores da educação matemática. Alguns dos resultados das pesquisas nesta área de conhecimento podem ser lidos nos documentos oficiais que orientam o ensino dessa disciplina.

Particularmente, no Estado do Paraná, as Diretrizes Curriculares Estaduais de Matemática (PARANÁ, 2008) sugerem que a prática docente dessa disciplina venha a contemplar o uso das tendências metodológicas da educação matemática, visando o favorecimento da atribuição de significados

[1] Uma função f: IR →IR (f de IR em IR) denomina-se função afim quando há dois números reais a e b tal que $f(x) = ax + b$, para todo x pertencente aos números reais.

aos conteúdos matemáticos ensinados, de modo a motivar e facilitar a aprendizagem.

A Modelagem Matemática é uma das tendências da educação matemática, cuja principal característica é a de aproximar os conceitos matemáticos de situações reais, a fim de promover a formação profissional e cidadã dos estudantes. Dentre a multiplicidade de concepções não-excludentes para a modelagem no âmbito da educação matemática, nos valemos da compreensão de Barbosa (2001; 2003; 2007), segundo a qual a atividade de modelagem distingue-se de outras tendências de ensino por um processo investigativo, que não delimita um único caminho a ser trilhado pelo aluno.

> A Modelagem Matemática é um ambiente de aprendizagem[2] no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade. Então, especificamente, trata-se de uma atividade que convida os alunos a discutirem Matemática no contexto de situações do dia-a-dia e/ou da realidade (BARBOSA, 2001 p. 6).

A importância do ambiente da modelagem para o ensino da matemática extrapola a atribuição de significados aos conceitos matemáticos, contribuindo para que os estudantes construam esses conhecimentos partindo de problemas da realidade. Obtêm-se, assim, que eles sejam capazes de resolvê-los e interpretá-los matematicamente a partir da relação com soluções teóricas suscitadas pela realidade geradora do problema. Neste viés, o mais importante não é a obtenção do modelo matemático, e sim o percurso realizado pelo aprendiz, durante o qual o conhecimento matemático se sistematiza e se aplica, normalmente de forma concisa, clara e sem ambiguidades (BASSANEZI, 2002, p. 16-38).

Neste trabalho, concebemos a Modelagem Matemática como fomentadora do ambiente de aprendizagem a partir da utilização de atividades investigativas, de modo a contemplar situações advindas de outras áreas do conhecimento para o favorecimento da aprendizagem dos conceitos matemáticos envolvidos em diferentes situações-problema.

[2] Segundo Skovsmose (2000), "o ambiente é o lugar ou o espaço que cerca e envolve o aluno, ou ainda, as condições nas quais os alunos são estimulados a desenvolver determinados tipos de atividades."

ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA MEDIADA POR VÍDEOS EDUCATIVOS: UM ESTUDO SOBRE A CAPACIDADE AUDITIVA HUMANA

Motivados pela investigação do potencial da utilização de vídeos em aulas de matemática, elaboramos alguns vídeos relacionados ao tema *audição e frequência auditiva*. Os vídeos tinham como objetivo ajudar os estudantes a compreender, utilizando-se de alguns conceitos matemáticos, o sistema auditivo humano e, ao mesmo tempo, investigar os seus conhecimentos relacionados à interpretação de tabelas, à representação gráfica de dados e à obtenção da lei de formação de uma função que representa um gráfico ou uma tabela.

Os vídeos foram elaborados com o auxílio dos programas: *Windows Movie Maker*[3] e *Camtasia Studio 6*[4], por meio dos quais capturamos partes de outros vídeos e imagens disponíveis no site www.youtube.com, a partir dos quais construímos os vídeos utilizados em nosso trabalho. Inserimos em todos os vídeos informações (orais, escritas e pictóricas) que julgamos importantes para que os estudantes se sentissem instigados a participar da atividade de Modelagem Matemática.

Esta atividade, desenvolvida com uma turma do nono ano do ensino fundamental, teve como um de seus objetivos principais investigar os possíveis conhecimentos significativos desses estudantes com relação ao conceito de função afim e a sua importância na compreensão do funcionamento da audição humana.

Iniciamos as atividades apresentando aos estudantes o vídeo 01[5], o qual explica as relações entre a capacidade auditiva humana e as fontes sonoras. Após esta apresentação inicial, programamos um debate, cuja meta era investigar os hábitos diários dos sujeitos quando expostos a diferentes fontes sonoras, além de efetuar o convite para a realização da atividade.

Em um segundo momento, convidamos os aprendizes a desenvolverem uma atividade de Modelagem Matemática dentro desta mesma temática, objetivando identificar o tempo máximo de exposição permitida para diferentes

[3] Disponível em: http://www.microsoft.com.

[4] Disponível em: http://www.camtasiasoftware.com/camtasia-us/index-camtasia6.php.

[5] Disponível em: http://www.youtube.com/watch?v=lyixibXtpo0.

ruídos comuns no cotidiano das pessoas. Esta atividade foi mediada por dois vídeos, de aproximadamente 10 minutos cada, ambos produzidos exclusivamente para esse fim. Durante toda a atividade os alunos tiveram a orientação do professor.

O vídeo 02[6] apresenta diversos exemplos de ruídos conhecidos pelos estudantes, com seus respectivos níveis sonoros em decibéis[7], e o tempo máximo de exposição permitido desses sons de forma a evitar quaisquer problemas de saúde no sistema auditivo. A Tabela 01 apresenta os dados apresentados no vídeo 02.

Tabela 01 – Tempo máximo de exposição em função do nível sonoro

Nível sonoro (dB)	Tempo máximo de exposição (em horas por dia)
80	8
90	4
95	2
100	1

Fonte: os autores

O vídeo 03[8] apresenta explicações sobre como proceder para construir um modelo matemático que relaciona essas duas variáveis: nível sonoro e tempo de exposição permitido.

Para que a compreensão matemática acerca da situação apresentada fosse significativa, a tarefa exigia o registro dos dados da Tabela 01 e sua tradução para a linguagem matemática, naquilo que é denominado *Modelo Matemático*.

O vídeo 03 explica, detalhadamente, os passos a serem executados para a obtenção do Modelo Matemático da situação em discussão. Assim, após assistirem essa mídia os estudantes desenvolveram a atividade proposta em seus cadernos, alguns seguindo os mesmos passos indicados no vídeo e outros procedendo de forma independente, embora seguindo a instrução apresentada.

Desse modo, utilizando os dados da Tabela 01, os estudantes construíram um modelo matemático para representar o tempo de exposição em função do nível sonoro. Este modelo foi então testado em diferentes situações, o que

[6] Disponível em: http://www.youtube.com/watch?v=HxWAnDHIdkw.

[7] A intensidade ou volume dos sons é medida em unidades denominadas *decibéis* (dB).

[8] Disponível em : http://www.youtube.com/watch?v=CXlE7ygmSXg.

fez com que eles descobrissem quais os tempos máximos de exposição para diversos níveis sonoros.

Tal construção permitiu aos sujeitos inferirem sobre os possíveis motivos que levaram alguns membros de suas famílias (pais, avós, tios) a apresentarem perda auditiva. Alguns estudantes comentaram que seus parentes trabalharam durante muito tempo operando máquinas agrícolas ou industriais, contexto no qual provavelmente os níveis sonoros estavam acima do indicado pela Organização Mundial da Saúde (em relação ao tempo de exposição), o que pode ter lhes causado a perda auditiva.

Terminada a investigação desse problema, apresentamos o vídeo 04[9], que trata da relação entre as idades das pessoas e as frequências sonoras que elas conseguem captar. Esse vídeo despertou a curiosidade dos estudantes, porque eles descobriram que há frequências auditivas que os adolescentes ouvem e que os adultos não conseguem detectar. Para instigar ainda mais o interesse do grupo, propusemos um teste[10], durante o qual os estudantes puderam avaliar suas capacidades auditivas para diferentes frequências sonoras.

Após a investigação inicial os estudantes deveriam analisar o problema matematicamente, buscando representar o fenômeno estudado em linguagem matemática e a posterior validação desse modelo para diferentes situações. A Tabela 02 apresenta dados referentes à frequência auditiva correspondente a algumas faixas etárias de seres humanos, apresentados no vídeo 04 por meio de exemplos e imagens.

Tabela 02 – Frequência auditiva relacionada com algumas faixas etárias

Faixa etária (em anos)	Frequência (em khz)
18 – 24	16
30 – 39	14 – 15
40 – 49	12
50 – 59	11

[9] Disponível em: http://www.youtube.com/watch?v=aM4VNDSuWd0.

[10] www.mundoeducacao.com.br/matematica/medindo-intensidade-dos-sons.htm.

Após a discussão sobre o significado das informações contidas na Tabela 02, os estudantes perceberam que precisavam escolher um determinado valor específico da idade, em cada faixa etária, para que pudessem construir um modelo matemático que relacionasse cada idade com sua respectiva frequência auditiva. Como o intervalo entre as idades escolhidas, em cada faixa etária, deveria ser igualmente espaçado, os estudantes adotaram os seguintes dados para as idades: 20, 30, 40 e 50, conforme apresentado na Tabela 03.

Tabela 03 – Idades escolhidas para cada uma das frequências auditivas

Faixa etária (em anos)	Frequência (em khz)
20	16
30	14
40	12
50	11

O vídeo 04 explica os procedimentos a serem adotados por estes sujeitos até o momento da montagem da Tabela 03. A partir deste ponto, os estudantes deixavam de contar com o auxílio do vídeo e tinham que construir seus modelos matemáticos de forma individual.

Os 19 estudantes que participaram desta atividade construíram modelos matemáticos para analisarem o problema, seguindo os encaminhamentos vistos na primeira atividade. Os modelos construídos pelos estudantes, aqui identificados por V1, V2, V3, ..., V19, estão indicados na Tabela 04.

Tabela 04 – Modelos matemáticos válidos encontrados pelos estudantes

Estudantes	**Modelo matemático construído**
V1, V5, V6, V8, V9, V10, V11, V16 e V18	$f(x)= -0{,}2x+20$
V17	$f(x) = -5x+100$

Para a construção dos modelos apresentados na Tabela 04 os estudantes primeiramente determinaram as variáveis independente e dependente, denominando-as por “x” e “$f(x)$”. A expressão para $f(x)$ foi determinada escolhendo-se dois pontos do gráfico e determinando-se a equação da reta que passa por eles, conforme instruído no vídeo 03.

Todos os estudantes, com exceção de V2, V3, V4, V12 e V17, escolheram a frequência auditiva em quilohertz[11] como variável dependente e a idade como variável independente, obtendo-se os modelos apresentados na Tabela 04. No entanto, apenas V1, V5, V6, V8, V9, V10, V11, V16, V17 e V18 construíram modelos válidos para os dados do problema. Os demais, embora tenham construído modelos que representam uma reta, não satisfizeram as condições do problema. De forma geral, esses estudantes cometeram erros algébricos no desenvolvimento das operações matemáticas envolvidas.

No modelo construído pelo aluno V17, $f(x)$ representa a idade, em anos, para cada frequência x em quilohertz. Por exemplo, para $x= 16$ quilohertz, tem-se, segundo esse modelo, $f(x)=-5 .(16) +100 =20$ anos.

As dificuldades e os resultados encontrados durante a aplicação da pesquisa, tanto por parte dos estudantes quanto por parte dos professores, indicam que os vídeos podem ser utilizados como motivadores de atividades no ambiente da Modelagem Matemática, caracterizando-se como materiais didáticos potencialmente significativos, capazes de atuar como organizadores prévios de conhecimentos matemáticos.

Neste sentido, a utilização dos vídeos, como auxiliares na construção de significados, contribui para a aproximação entre o pensamento abstrato e a experiência, proporcionando ao estudante situações nas quais é fundamental refletir e desenvolver estratégias para que seja possível representar e interpretar seu cotidiano por meio de modelos matemáticos.

Tais estratégias seriam construídas quando os indivíduos têm contato com informações disponibilizadas pelos professores, por computadores e pela *Internet*, lembrando que o significado é atribuído a partir de conhecimentos anteriormente construídos. Para Ausubel (2002, p. 86), o processo de construção do conhecimento envolve a interação entre o novo conceito a ser aprendido e os significados anteriormente construídos e incorporados pelo sujeito. Nas palavras de Ausubel (2002),

> o facto de uma determinada operação intelectual envolver um conteúdo imediato de consciência (percepção), por um lado, ou processos

[11] Segundo o dicionário *online*, quilohertz é uma unidade usada para medir frequências de muitos tipos de ondas, como as ondas de rádio e as sonoras. Para mais detalhes ver http://www.dicio.com.br/quilohertz/.

> intelectuais (cognição) mais complexos e diferidos, por outro, depende, em grande parte, da complexidade da tarefa de aprendizagem em relação à maturidade cognitiva do aprendiz e do facto de o novo material só estar a ser apreendido nessa altura ou *já* ser significativo (AUSUBEL, 2002, p. 86).

Pensando nisso, elaboramos atividades que utilizassem conhecimentos prévios dos estudantes, uma vez que, pelo programa curricular da disciplina de matemática na escola envolvida na pesquisa, os estudantes já tinham estudado os conceitos de função afim, de construção de tabelas e gráficos e de resolução de sistemas de equações polinomiais do primeiro grau, todos necessários para a realização das atividades propostas em nosso trabalho.

Durante as aulas mediadas por vídeos educativos, notou-se que a maioria dos estudantes já possuía alguma experiência de estudo/pesquisa com algum conteúdo de matemática pela *Internet*, o que nos indicou que a utilização de vídeos nas aulas não foi uma dificuldade.

Além disso, os vídeos proporcionaram aos alunos certa autonomia para resolverem as situações-problema propostas nas atividades. Eles entenderam a ideia da solução apresentada nos vídeos, mas também entenderam que era possível chegar a uma solução por outros caminhos, isso, a nosso ver, é um ponto positivo, pois acreditamos que os vídeos podem ter ajudado os estudantes a tomar decisões criativas para solucionar as situações propostas.

De um modo geral, foi possível observar, pelos comentários e pelos procedimentos utilizados durante a execução das tarefas, que todos os alunos envolvidos no trabalho compreenderam a ideia das atividades propostas.

ATIVIDADE DE MODELAGEM MEDIADA POR UMA OFICINA DE MATEMÁTICA: MODELOS MATEMÁTICOS PARA A CONSTRUÇÃO DE PIPAS

De acordo com a Enciclopédia Britânica[12], as pipas (ou *kites* em inglês) nasceram na China antiga, por volta do ano 3.000 a.C. Desde então são utilizadas para diversas finalidades. Entre elas, podemos destacar o uso como

[12] ENCYCLOPÆDIA BRITANNICA. *Kite*. Encyclopædia Britannica Online Academic Edition. Disponível em: <http://www.britannica.com/EBchecked/topic/319666/kite>. Acesso em: 21 abr. 2014.

sinalizador militar, medidor das condições atmosféricas, a participação na invenção do para-raios e, até os dias de hoje, é um brinquedo bastante popular entre crianças de todo o mundo.

As pipas, também denominadas de estrela, papagaio, pandorga ou raia, são brinquedos que voam. Seu voo é consequência da força de oposição que o vento provoca na pipa, que é sempre controlada pelo seu operador. A composição básica de uma pipa é uma estrutura armada que suporta um plano de papel que funciona como uma asa.

Conhecendo essas características, propusemos uma oficina com o objetivo de construir pipas planas que necessitassem de uma rabióla para voar, utilizando-se de conceitos matemáticos envolvidos nesse modelo.

O objetivo desta oficina foi capacitar professores para o desenvolvimento de modelos matemáticos envolvidos na construção de pipas, com o intuito de promover diferentes compreensões acerca do processo de construção cognitiva dos conceitos geométricos em estudantes com idade média entre 11 e 13 anos. O desenvolvimento cognitivo em Geometria, na maioria dos estudantes, se encontrava nos níveis 1 e 2, segundo uma escala que vai do nível 0 até o nível 4, criada pelos pesquisadores Dina van Hiele-Geldof e Pierre van Hiele, da Universidade de Utrecht.

Segundo os autores, há cinco níveis de compreensão em geometria, a visualização, a análise, a dedução informal, a dedução formal e o rigor. Tais níveis foram construídos no decorrer de vários anos de experiências dos Van Hiele em ambientes educacionais. O modelo afirma que o aluno se move sequencialmente a partir do nível inicial (visualização) até o nível mais elevado (rigor). Poucos alunos alcançam o último nível (LINDQUIST; SHULTE, 1994).

A atividade, desenvolvida com um grupo de professores da educação básica, iniciou-se com um questionamento sobre os entes geométricos constituintes de uma pipa. Embora este artefato fosse do conhecimento de todos os professores, essa questão gerou discussões diversas sobre as formas geométricas que estão presentes na pipa, como, por exemplo, formas triangulares, retangulares, simetrias axiais e regiões poligonais.

Figura 1 – Exemplo de uma pipa construída com três varetas de bambu

O material mínimo necessário para a montagem de uma pipa é: 10 metros de linha fina, uma folha de papel de seda colorido, um tubo de cola branca escolar, uma tesoura sem ponta, três varetas de bambu com o tamanho desejado e uma régua.

A montagem da pipa, nesta oficina, seguiu as etapas da Modelagem Matemática[13], objetivando tanto a atribuição de significados aos conceitos matemáticos envolvidos no problema, quanto a compreensão dos mecanismos de funcionamento de uma pipa.

Assim, iniciamos a atividade pelo levantamento de hipóteses relacionadas com a construção da pipa. Nessa fase, incentivamos os participantes a identificarem e representarem os principais elementos constituintes dessa pipa em linguagem matemática, comprimento das varetas, a área de cada uma das partes planas da pipa, entre outros aspectos, discutindo, com os demais participantes, as possibilidades de ganho ou perda de materiais em função das hipóteses levantadas.

Partindo dessa discussão, os construtores das pipas puderam escolher entre manter suas hipóteses ou modificá-las, sempre fazendo tais inferências em linguagem convencional (por exemplo, a língua portuguesa), e em linguagem matemática, com um nível gradual de rigor, que deve obedecer ao tempo de aprendizagem de cada pessoa.

[13] Segundo Biembengut e Hein (2000, p. 13), a Modelagem Matemática passa pelas seguintes etapas: interação com a situação, matematização do problema e construção do modelo matemático correspondente.

Além disso, para promover a construção de conceitos geométricos durante a confecção de pipas, foi fundamental instigar a curiosidade dos construtores por meio de questionamentos e instruções, como apresentado no exercício a seguir:

Faça um desenho representando a sua pipa e represente nele todas as informações necessárias para a sua confecção, como medidas, tipos de materiais utilizados em cada parte da pipa, locais onde devemos encapar a estrutura de bambu utilizando o papel de seda e a localização de regiões onde não se encapa a estrutura com o papel.

De acordo com Lindquist e Shulte (1994, p. 7), perguntas como as que seguem podem ajudar os construtores a compreender características das formas geométricas:

> Que tipo(s) de figuras você obterá se cortar o canto segundo um ângulo de 30°? E segundo um ângulo de 45°? Descreva os ângulos no ponto de interseção das diagonais. O ponto de interseção está em que ponto das diagonais? Por que a área do losango é dada como metade do produto das duas diagonais?

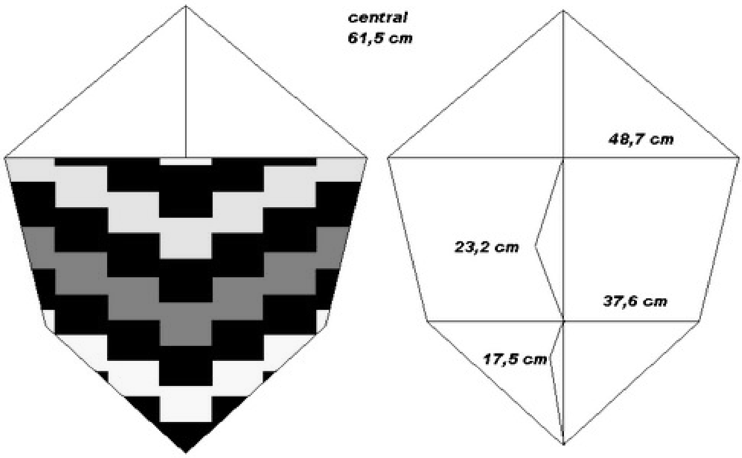
A representação do esquema da pipa e a sua construção atuaram como modelos por meio dos quais os sujeitos envolvidos puderam levantar hipóteses que os levassem à discussão dos melhores métodos para que se utilizasse uma quantidade mínima de materiais, mas de modo que a funcionalidade da pipa não fosse perdida.

A quantidade de papel utilizada na pipa poderia ser estimada pelo seu construtor, que também poderia estimar a quantidade de linha necessária para a construção dessa estrutura armada com bambu. A Figura 2 ilustra essas estimativas.

Além disso, seria possível solicitar que os participantes da oficina construíssem uma pipa com o formato de um losango e com as diagonais iguais, ou outra pipa com quatro ângulos retos, depois com três ângulos retos, dois ângulos retos ou um ângulo reto. Dessa forma, tais sujeitos poderiam construir noções geométricas ao descobrirem, por seus próprios meios, os caminhos para concluir as tarefas solicitadas.

[14] SÃO PAULO PIPAS. **Pipas Natal.** Blog de pipas. Disponível em: <http://saopaulopipas.wordpress.com/pipas/natal/>. Acesso em: 27 jul. 2011.

Figura 2 – Estimando a quantidade de papel e de linha para a confecção da pipa[14]



Após a fase do levantamento de hipóteses iniciamos a etapa da generalização do problema. Para isso, solicitamos aos construtores das pipas que apresentassem para o restante do grupo os procedimentos adotados por eles para a realização das tarefas, como, por exemplo, a estimativa da quantidade de papel e de linha necessários para a construção da pipa.

Neste momento, promovemos um debate por meio da Modelagem Matemática, cujo objetivo era confrontar as diversas hipóteses, instigando os sujeitos a sua formulação e validação, para verificar se satisfaziam a condição de mínimo gasto de papel e de linha na confecção da pipa.

A Tabela 5 apresenta um dos modelos matemáticos construídos pelos professores durante a participação em nossa oficina.

Tabela 05 – Exemplo de um modelo matemático para a construção da pipa

Modelo matemático que representa:	
A área da pipa	O perímetro da pipa
$f(x) = 91{,}5x - 644{,}25$	$f(x) = 11x - 98{,}5$

Na Tabela 5, a sigla *f(x)* indica na primeira coluna a área da pipa e na segunda o perímetro da pipa. Nos dois casos, a variável "*x*" denota a distância entre as varetas horizontais da pipa.

Para construir estes modelos, os professores, reunidos em equipes de cinco pessoas, construíram uma pipa para cada um dos participantes do grupo. Foi-lhes imposta a condição de que a disposição das varetas em cada uma das construções fosse diferente. Assim, cada participante construiu uma estrutura diferente para a sua pipa.

Terminada a fase da montagem da estrutura da pipa, os participantes determinaram, utilizando uma régua, a distância entre as varetas horizontais, o perímetro e a área de cada uma das pipas. Estes dados foram organizados em uma tabela. A partir deles, construíram-se os modelos matemáticos apresentados na Tabela 5.

Os modelos matemáticos constantes nessa tabela poderiam ser utilizados para estimar a área e o perímetro de uma pipa para diferentes distâncias entre as varetas horizontais. A vantagem de se utilizar um modelo matemático nesse caso está no fato de que, desse modo, os sujeitos não precisariam construir uma infinidade de pipas para determinar as suas áreas e perímetros, bastaria utilizar o modelo matemático a fim de estimar a área ou o perímetro para cada pipa que poderia ser construída, dependendo da situação investigada.

Foi oportuno, nesta fase, apresentar e discutir os conceitos de *função*, *função polinomial* e *pontos críticos de uma função*. Esta apresentação foi feita na forma de questionamentos aos participantes, pedindo-lhes que descrevessem as variáveis do problema e as leis de formação das funções área e *perímetro* da pipa, além da representação destas funções por meio de gráficos.

Para Lindquist e Shulte (1994, p. 10), atividades manipulativas, como a construção de pipas, promovem situações para a realização de medidas, dobras e recortes. Tais procedimentos seriam auxiliares na tarefa de “identificar propriedades de figuras e outras relações geométricas”.

Além disso, procedimentos como descrever figuras, compará-las, classificá-las por atributos isolados (número de lados, ângulos retos), desenhar e identificar uma figura somente através da descrição oral ou escrita de suas propriedades, identificar uma figura a partir de pistas visuais e deduzir empiricamente (a partir do estudo de muitos exemplos) “regras” e generalizações. Todas essas atividades poderiam ajudar os sujeitos a diferenciarem as características das figuras geométricas, mesmo que ainda não pudessem relacionar as propriedades de diferentes figuras e não compreendessem adequadamente as definições apresentadas. A construção de pipas planas seria um caminho para que tais sujeitos realizassem todas as tarefas indicadas anteriormente de uma forma lúdica e prazerosa.

As tarefas citadas anteriormente fazem parte, segundo os pesquisadores Van Hiele, do nível de desenvolvimento 1. Para desenvolver esquemas classificados no nível 2, de acordo com Lindquist e Shulte (1994), é necessário que se promovam atividades a fim de identificar conjuntos mínimos de propriedades capazes de descrever uma figura, por exemplo, uma questão que auxiliaria neste processo seria: "um quadrado é....", e o participante da oficina escreveria tudo que sabe sobre o quadrado, expondo suas ideias para o grande grupo. Isso poderia ser feito com uma pipa com o formato *quadrado*, a partir da qual o sujeito explicaria as propriedades nela presentes.

Em nossa oficina acompanhamos os argumentos apresentados pelos sujeitos, que em muitos casos eram informais, tentando fornecer à turma explicações não prontas. Buscamos promover, a partir dessas ideias, discussões que pudessem levar o grupo ao desenvolvimento de argumentos formais. Isso foi feito discutindo-se as afirmações de cada sujeito e suas recíprocas.

Desse modo, utilizamos os materiais presentes na oficina de pipas com o objetivo de preparar os professores para o ensino e a aprendizagem posterior de outros conceitos geométricos, por meio das discussões geradas durante a construção das pipas. Também avaliamos a compreensão de conceitos geométricos pelos professores, discutindo, de forma democrática, como tal avaliação poderia ser feita quando os professores estivessem ministrando essa oficina em suas salas de aula.

Por meio dessa oficina, também foi possível analisar a linguagem utilizada por estes sujeitos para defender suas ideias e pontos de vista. Tal procedimento evitou o ensino mecânico da geometria, que pode ser encontrado com muita frequência em diversas escolas brasileiras.

Para Lindquist e Shulte (1994), a linguagem e os materiais escolhidos com critérios bem definidos auxiliam no desenvolvimento do raciocínio geométrico.

Tal desenvolvimento é favorecido com a utilização de discussões orientadas que levem os sujeitos a associar linguisticamente palavras e símbolos geométricos criados por eles, que gradualmente serão substituídos por expressões eruditas que obedeçam ao rigor necessário da geometria enquanto ciência.

A construção de pipas para estudar geometria muda também a forma de avaliação a ser adotada pelo professor, já que, por meio de conversas, os professores podem descobrir concepções erradas ou noções incompletas, bem como construir noções corretas – neste ponto, os questionamentos utilizados pelo professor são fundamentais para a orientação dos estudantes. Vale ressaltar que Lindquist e Shulte (1994) afirmam que é importante em todas as etapas perguntar à criança como ela "sabe".

Além disso, para que a avaliação do processo tenha efeitos positivos sobre a aprendizagem dos estudantes, cabe ao professor formular questões apropriadas, dando tempo suficiente para as respostas e sempre discutindo a qualidade das respostas apresentadas. (LINDQUIST; SHULTE, 1994, p. 17).

Na etapa final da oficina de pipas os professores puderam testar cada uma das leis de formação adotadas e analisar se o modelo matemático representava o modelo real de forma satisfatória.

O resultado final foi que os professores se sentiram autores de seus próprios modelos matemáticos. Becker (1993), comentando as ideias de Piaget, fornece o seguinte exemplo: quando uma criança interage com uma árvore, primeiro ela vê a árvore e sobe nela, só depois disso ela começa a perceber suas características, como o verde de suas folhas. Com a pipa ocorreria um fenômeno semelhante, no início, os construtores percebem somente a pipa, somente durante a sua construção e por meio do encaminhamento do professor é que estes percebem as características geométricas presentes neste artefato.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O interesse dos professores por atividades práticas que possam contribuir no processo de aprendizagem dos conceitos matemáticos vêm aumentando a cada ano, reflexo da disseminação dos cursos de capacitação ou formação continuada de professores, resultante, por um lado, do incentivo ao plano de carreira da profissão, e por outro, da própria consciência do professor acerca do seu papel na formação das novas gerações. Nesse sentido, acreditamos que uma oficina é um momento oportuno para que a criatividade, a discussão e a manipulação de materiais (sempre com objetivos instrucionais) se façam presente.

No entanto, muitos professores de matemática ainda parecem compreender as atividades manipulativas somente como uma atividade lúdica e sem fins educacionais, fato que é percebido por seus alunos ao conceberem esta atividade como simples recreação.

Com o intuito de romper com esse paradigma, privilegiando as atividades práticas nas quais os conhecimentos teóricos possam ser consolidados, apontamos caminhos que sugerem possibilidades de investigações matemáticas, em busca de generalizações e da compreensão do mundo que nos cerca.

Esta compreensão pode ser alcançada modelando-se matematicamente os problemas do cotidiano. Tanto a oficina quanto os vídeos educativos oportunizam diversas situações para exercitar esta capacidade, proporcionando a reflexões sobre a utilização da Modelagem Matemática enquanto um caminho para aproximar a realidade da teoria.

No entanto, a adoção de estratégias diferentes daquelas características da aula tradicional provoca, ainda, certo nível de insegurança entre professores e alunos. A ansiedade diante de situações novas ou inesperadas, para as quais ninguém está totalmente preparado, pode tornar-se um dos empecilhos para esta prática em sala de aula.

Nesse sentido, destacamos as contribuições deste trabalho para incentivar e provocar reflexões acerca das possibilidades da inclusão de outros recursos didáticos nas aulas – no caso, vídeos educativos e oficinas de Matemática – que envolvam ou não a Modelagem Matemática, bem como as significativas consequências no processo de aprendizagem.

REFERÊNCIAS

AUSUBEL, D. P. **Aquisição e retenção do conhecimento:** uma perspectiva cognitiva. Tradução Lígia Teopisto. Lisboa: Plátano, 2002.

BASSANEZI, R. C. **Ensino aprendizagem com Modelagem Matemática.** São Paulo: Contexto, 2002.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no ensino.** São Paulo: Contexto, 2000.

BLOMHOJ, M.; JENSEN, T. H.. Developing mathematical modelling competence: conceptual clarification and educational planning**. Teaching Mathematics and its applications,** v. 22, n. 3, p. 123-139, 2003.

BLUM, W. ICMI Study 14: Applications and modeling in mathematics education – discussion document**. Educational Studies in Mathematics**, v. 51, p. 149-171, 2002.

BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e educação matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática, Secretaria de Educação Fundamental, Brasília. MEC/SEF, 1998.

LESH, R., DOERR, L. M. Symbolizing, Communicating, and Mathematizing: Key Components of Models and Modeling. In: COOB, P.; YACKEL, E.; MCCLAIN, K. (Ed.). **Symbolizing and Communicating in Mathematics Classrooms Perspectives on Discourse, Tools, and Instructional Design**. Routledge: Taylor & Francis, 2006.

LINDQUIST, M. M., SHULTE, A. P. **Aprendendo e ensinando geometria.** São Paulo: Atual, 1994.

KAISER, G., SRIRAMAN, B., BLOMHOJ, M., GARCIA, J. Differentiating perspectives and delineating commonalties: Report from the Working Group Modeling and Applications. IN: EUROPEAN CONGRESS ON MATHEMATICS EDUCATION (CERME), V, 2007, Larnaca**. Proceedings...** feb. 2007.

LORENZATO, S. **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores.** Campinas: Autores Associados. 2006.

PARANA, Secretaria de Estado da Educação. **Diretrizes Curriculares Estaduais para Educação Básica** – Matemática. 84 p. SEED. Curitiba. 2008.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema.** São Paulo, ano 13, n. 14, 2000.

SRIRAMAN, B., HARRY, A. The Pedagogical Value and the Interdisciplinary Nature of Inductive Processes in Forming Generalizations**. Interchange**: A Quarterly Review of Education, v. 35, n. 4, p. 407-422, 2004; 2005.