

2 Modelagem Matemática

revisitando aspectos que justificam a sua utilização no ensino

Tiago Emanuel Klüber

SciELO Books / SciELO Livros / SciELO Libros

KLÜBER, T. E. Modelagem Matemática: revisitando aspectos que justificam a sua utilização no ensino. In: BRANDT, C. F., BURAK, D., and KLÜBER, T. E., orgs. *Modelagem matemática: perspectivas, experiências, reflexões e teorizações* [online]. 2nd ed. rev. and enl. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2016, pp. 41-58. ISBN 978-85-7798-232-5. Available from: doi: [10.7476/9788577982325.0003](https://doi.org/10.7476/9788577982325.0003). Also available in ePUB from: <http://books.scielo.org/id/b4zpq/epub/brandt-9788577982325.epub>.



All the contents of this work, except where otherwise noted, is licensed under a [Creative Commons Attribution 4.0 International license](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

Todo o conteúdo deste trabalho, exceto quando houver ressalva, é publicado sob a licença [Creative Commons Atribuição 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

Todo el contenido de esta obra, excepto donde se indique lo contrario, está bajo licencia de la licencia [Creative Commons Reconocimiento 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

2

Modelagem Matemática: revisitando aspectos que justificam a sua utilização no ensino

Tiago Emanuel Klüber

1 Introdução

A Modelagem Matemática enquanto uma prática educativa no contexto da Educação Matemática é relativamente recente em nosso país, tem cerca de 25 anos. Dentre as diversas concepções praticadas no Brasil, destacaremos a de Burak, educador/pesquisador que direciona suas investigações em modelagem para a Educação Básica.

Outras concepções de Modelagem – como, por exemplo, a de Barbosa (2001), que a concebe como um ambiente de aprendizagem; Bassanezi (2002) e Biembengut (1990, 1999), que a entendem como um método de pesquisa, oriundo da Matemática Aplicada, apenas com algumas variações para o ensino e para a aprendizagem da Matemática; e Caldeira (2004), que a tem como um sistema de ensino e de aprendizagem – não serão foco de discussão neste capítulo, pois algumas diferenças em termos epistemológicos e filosóficos acerca dessas concepções podem ser encontradas em Klüber (2007).

A escolha dessa concepção e não de outras se deu em virtude do trabalho desenvolvido no Grupo de Pesquisa em Educação Matemática da Universidade Estadual de Ponta Grossa, UEPG. Na ocasião, tínhamos interesse em observar alguns aspectos da produção das dissertações orientadas por Burak, coordenador do Grupo, além de considerarmos importante visualizar alguns aspectos que não tinham sido objeto de discussão dos autores das dissertações. As duas dissertações analisadas, Gomes (2002) e Soistak (2006), se constituíam nas duas últimas orientações de Burak com Modelagem Matemática em nível *stricto sensu*, por isso, consideradas por nós como material significativo.

Em decorrência da escolha dessas duas dissertações, o objetivo deste capítulo consiste em interpretar e explicitar aspectos concernentes a: 1) construção e o desenvolvimento de conceitos e dos conteúdos matemáticos – os quais ocorrem de forma dinâmica e na busca de uma relação de cooperação entre o educador e o educando; 2) contextualização das situações – entendida aqui como a relação entre os conteúdos e temas nos diversos contextos, sejam eles o social, o econômico, o cultural, da própria Matemática, e outros; 3)

integração com outras áreas do conhecimento – muito próxima a uma atitude interdisciplinar, pois permite o diálogo da Matemática com outros campos; 4) socialização favorecida pelo trabalho em grupo – compreendida como o processo de interação entre os estudantes, o educador e a sociedade como um todo; e 5) ruptura com o currículo linear – que se constitui em umas das características mais importantes da Modelagem, pois com ela, não são os conteúdos que determinam o problema, mas o contrário.

Salientamos que os aspectos elencados acima emergiram após algumas discussões no âmbito do grupo de pesquisa, e de alguma maneira da leitura assistemática de trabalhos de modelagem e das próprias dissertações analisadas. Esses aspectos foram sistematizados posteriormente quando da escrita deste capítulo. A leitura das dissertações escolhidas, Gomes (2002) e Soistak (2006), foi feita à luz desses aspectos, uma vez que foram orientadas por Burak.

Assim, a questão a que nos propomos responder é: *Os aspectos evidenciados nas discussões do grupo e pela leitura assistemática de trabalhos de modelagem emergem das descrições das dissertações orientadas por Burak?*

Para responder efetivamente a questão proposta, optamos pela seguinte estrutura: considerações sobre a Modelagem, conforme proposto por Burak (1987, 1992, 1998, 2004 e 2006) em sua dissertação, tese e investigações posteriores, esclarecendo as etapas sugeridas; e apresentação dos aspectos analisados, os quais são interpretados em subseções que contemplam os cinco aspectos expostos acima.

Ressaltamos que a nossa experiência como pesquisadores em Modelagem Matemática, como adeptos dessa concepção, influenciou as interpretações contidas neste capítulo. Por fim, teceremos considerações gerais sobre os assuntos abordados no capítulo, buscando clarificar os aspectos acima descritos, para que professores, educadores, pesquisadores e outros interessados possam constituir uma massa crítica para discutir possibilidades da utilização da Modelagem.

2 Considerações sobre a Modelagem na perspectiva de Burak

Para o desenvolvimento de uma atividade com Modelagem Matemática Burak (1998, 2004 e 2006), sugere cinco etapas: 1) escolha do tema; 2) pesquisa exploratória; 3) levantamento dos problemas; 4) resolução dos problemas e desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema; e 5) análise crítica das soluções. Essas etapas devem sempre ser encaminhadas levando-se em consideração os dois princípios propostos pelo

autor: 1) o interesse do grupo; e 2) a obtenção de informações e dados do ambiente, onde se encontra o interesse do grupo.¹ Durante todo o processo da Modelagem, a postura do professor é primordial, pois assume o papel de mediador, orientador e problematizador.²

Na escolha do tema o professor pode apresentar aos estudantes alguns temas e incentivar os próprios alunos a sugerirem aqueles que lhes sejam do interesse. O tema escolhido pode não ter nenhuma ligação imediata com a Matemática ou com conteúdos matemáticos. Pode ser enquadrado nas mais diversas atividades, como as agrícolas, industriais, de prestação de serviços ou temas de interesses momentâneos, que estão na mídia; brincadeiras, esportes, política, dentre outros.

Na pesquisa exploratória, após a escolha do tema, os estudantes e o educador buscam dados a partir de materiais e subsídios teóricos, técnicos, informativos dos mais diversos, nos quais contenham informações e noções sobre o tema que se quer investigar/pesquisar. A pesquisa³ de campo é fundamental, pois o contato com o ambiente é um ponto importante do trabalho com a Modelagem e ajuda o educando a desenvolver aspectos formativos e investigativos.

No levantamento dos problemas, de posse dos dados coletados na fase anterior, os estudantes são incentivados a levantar questões pertinentes ao tema. Os problemas na perspectiva da Modelagem apresentam-se com características diferentes do livro texto, são abertos, são elaborados a partir dos dados, e são contextualizados, como por exemplo: qual o custo de uma casa de 70m²? Esse tipo de problema enseja vários subproblemas. No exemplo dado, os subproblemas poderiam ser: qual o custo do telhado? Qual o custo do piso da construção? Qual o custo dos tijolos? Entre outros.

Assim, cada decisão tomada em relação aos tipos de materiais, à metragem, à arquitetura, ensinaria vários subproblemas e o possível desenvolvimento do conteúdo matemático. Essa fase da Modelagem é muito rica, pois permite ao aluno desenvolver a capacidade de tomar decisões, de formular hipóteses, de questionar as várias possibilidades de resolução de um mesmo problema.

¹ Podem ser coisas próprias do ambiente próximo, ou externas, justamente por ser contextual. Assim, ambiente pode ser entendido como o contexto escolhido pelos alunos. Como por exemplo, temas televisivos, futebolísticos e outros.

² O professor mediador não é no sentido de transmissão, como aquele que sabe os conteúdos e repassa aos alunos, apenas sendo uma “ponte” para os conteúdos. Mediador é tomado de forma interacional, ou seja, considera o que os alunos sabem e a partir do que ele, professor, sabe estabelece um diálogo de aprendizagem.

³ Pesquisa em sentido de busca, de investigação, com princípio científico e educativo.

Na resolução dos problemas e desenvolvimento do conteúdo matemático no contexto do tema proporciona-se a abertura para a busca de respostas aos problemas levantados com o auxílio do conteúdo matemático, que pode ser apreendido a partir dos problemas, por meio de exemplos simples e até mesmo de forma empírica, para posteriormente ser sistematizado.

No trabalho com a Modelagem faz-se um caminho inverso daquele utilizado no ensino mais usual. Nesse, apenas os conteúdos determinam os problemas, na Modelagem os problemas podem determinar os conteúdos a serem usados para resolver as questões oriundas da etapa anterior.

Nessa etapa os conteúdos matemáticos passam a ter significado e, no decorrer do processo, podem surgir os modelos matemáticos, porém, a construção de modelos não é a finalidade principal dessa concepção de Modelagem, que objetiva explicar matematicamente situações do cotidiano das pessoas, ajudando-as a fazer previsões e tomar decisões, sem necessariamente a construção de modelo matemático (BURAK, 1987, 1992, 1998, 2004).

No trabalho com a Modelagem no nível considerado (Educação Básica), a construção dos modelos surge para se ampliar uma ideia, generalizar uma situação, e algumas vezes para se resolver uma situação-problema. Na Modelagem, nessa forma de concebê-la, o conceito de modelo é ampliado para entendê-lo como uma representação, podendo valer-se de vários tipos de representações, como: fórmulas, tabelas de preços, equações já conhecidas, gráficos, plantas baixas de uma casa, dentre outras. Portanto, são pelo menos três maneiras de se entender os modelos: 1) modelos já prontos; 2) modelos matemáticos construídos para a resolução dos problemas; e 3) modelos não matemáticos. Dessa forma, uma lista de supermercado pode ajudar a tomar decisões e a fazer previsões.

A análise crítica das soluções é a etapa marcada pela criticidade, não apenas em relação à Matemática, mas em outros aspectos, como a viabilidade e a adequabilidade das soluções apresentadas, que muitas vezes são lógica e matematicamente coerentes, porém inviáveis para a situação em estudo. É uma etapa que favorece a reflexão acerca dos resultados obtidos no processo e como esses podem ensejar a melhoria das decisões e ações. Contribui para a formação de cidadãos participativos, mais autônomos e que auxiliam na transformação da comunidade em que participam, pois terão a matemática como mais uma 'aliada' no processo de avaliação das condições sociais, econômicas, políticas e outras.

Explicitadas as etapas sugeridas por Burak (1987, 1992, 1998, 2004, 2006) para a Modelagem Matemática, passaremos ao esclarecimento da constituição dos aspectos e das interpretações apresentadas.

3 Os aspectos e as dissertações analisadas

Como já explicitado na introdução, a escolha das dissertações que foram analisadas se deu em virtude de uma discussão no âmbito do Grupo de Pesquisa em Educação Matemática. Durante algumas reuniões debatemos sobre alguns aspectos que poderiam ser analisados nas dissertações orientadas por Burak, em decorrência das leituras assistemáticas que tínhamos realizado desses trabalhos. Na ocasião elencamos os aspectos e retomamos a leitura das últimas dissertações de modelagem orientadas por esse autor até 2006. Então, as dissertações de Gomes (2002) e Soistak (2006) tornaram-se objeto de nossa análise.

Por uma opção de apresentação do texto, neste capítulo, os aspectos analisados nas duas dissertações constituem as subseções desta seção. Assim, torna-se mais fácil a compreensão sobre o que nelas é abordado.

Buscamos estabelecer um diálogo com alguns autores que abordam os aspectos destacados. Ressaltamos que as interpretações foram elaboradas tendo em vista os referidos aspectos, sem levar em consideração a vertente teórica dos autores, dessa maneira eles contribuem para o debate, porém, as explicitações teóricas não são fechadas em termos de um referencial teórico pré-definido.

Mesmo os aspectos sendo apresentados separadamente, em cada subseção há fortes interseções entre eles, pois a contextualização pode favorecer a construção do conhecimento, a integração com outras áreas do conhecimento, a ruptura com a linearidade do currículo e, ainda, a socialização entre educador e educando, educando e educando, escola e educando, entre outras relações. Por conseguinte, aparecerão argumentos em uma subseção que é justificada pela outra e assim por diante, considerando um movimento de interdependência entre os distintos aspectos.

3.1 Construção e o desenvolvimento de conceitos e dos conteúdos matemáticos

A concepção de conhecimento, do ponto de vista cognitivo, se apoia em pressupostos construtivistas, interacionistas e de aprendizagem significativa, sugeridos por Burak (1998). Do ponto de vista epistemológico, considerar a construção do conhecimento e a interação que o sujeito exerce sobre o objeto

de conhecimento é fundamental para uma atividade de Modelagem. Dessa forma, educando e educador são considerados sujeitos ativos do processo de ensino e de aprendizagem, o que se efetiva a partir de uma comunicação dialógica em sala de aula.

Nesse sentido, procura-se valorizar o que o educando já sabe e traz em sua bagagem de conhecimento, conforme Becker (1993) e Aragão (1976), e o meio social em que convivem o educador e educando com suas diferenças culturais, econômicas e outras (MOYSÉS, 1997). Por isso, consideramos a Modelagem como uma facilitadora da construção do conhecimento e de conceitos matemáticos.

Tais pressupostos conduzem ao desenvolvimento dos conteúdos matemáticos em acordo com as capacidades cognitivas dos sujeitos, levando-se em consideração o tempo de aprendizagem. Por essa razão, não segue a rigidez do livro didático e muito menos o conteúdo definido simplesmente pelo professor. Os conceitos surgem na medida em que se faz necessária a sua explicitação, o seu auxílio para a resolução das situações problema.

O excerto a seguir, permite compreender a presença dessas características na atividade de Modelagem. Soistak (2006, p. 68) afirma que os alunos da 1ª série C, do Ensino Médio Profissionalizante em Agropecuária, de uma escola de Ponta Grossa, Paraná, levantaram o problema da análise da variação dos preços e quantidades de soja produzida: “Assim houve necessidade de aprofundar o assunto de porcentagem e regra de três [...]”. Interpretamos que nessa situação ocorreu a necessidade de uma revisão que não foi estabelecida *a priori*, mas que apareceu como oportunidade de reconstrução de conceitos, agora com significado no contexto. Esse conteúdo, que já deveria ser de domínio dos estudantes, teve de ser retomado, porém, diante da necessidade de resposta à situação emergida em sala de aula.

Outro conteúdo matemático que pôde ser desenvolvido e que tinha correlação ao nível educacional trabalhado – o Ensino Médio – a partir do tema “a cultura da soja”, foi o de funções. Tal conteúdo apareceu após os educandos constatarem que em relação à soja “[...] a produtividade média nas lavouras brasileiras se mantém em 800 kg/ha”. (SOISTAK, 2006, p. 69). Funções lineares foram estudadas pela simples percepção de pesquisador e participantes de que com a variação da área plantada a quantidade de grãos colhidos também varia. Esse trecho elucida que a Modelagem quando encaminhada pelos pressupostos de construção, interação e aprendizagem significativa, pode favorecer um ensino de conteúdos que foge a simples memorização e repetição, pois os problemas que emergem solicitam um

maior domínio por parte dos educandos, bem como exige uma aprendizagem de conceitos e conteúdos matemáticos com significado.

Já na 1ª série A, além dos conteúdos acima mencionados, foi possível de ser trabalhado o conteúdo de funções compostas. Surgiu da observação de que a “[...] receita obtida é encontrada através da função de sacas colhidas, e essa através da área plantada”⁴ (SOISTAK, 2006, p. 85). Essas situações permitiram a construção de conceitos importantes a partir das investigações realizadas, sem definições prévias, assim, pode-se aproveitar o que os educandos já sabiam sobre o tema pesquisado, avançando na compreensão de novos conceitos.

As equações de segundo grau puderam ser estudadas a partir de desenhos de terrenos para que se fizessem projeções para o plantio. E, buscando aproveitar ao máximo as medidas de um terreno, puderam estudar funções quadráticas, as quais possibilitam encontrar pontos de máximo e mínimo.

Gomes (2002)¹⁵ parte das atividades desenvolvidas em Modelagem na disciplina de Hidráulica Agrícola para a 3ª série do Curso Superior de Agronomia cujo tema central desenvolvido foi “água na agricultura”. Desse, outros subtemas puderam ser trabalhados sempre com a participação efetiva dos acadêmicos.

A construção de conhecimentos matemáticos no trabalho de Gomes não ficou tão evidente quanto no trabalho de Soistak, justamente por não focar a Matemática. Porém, a autora esclarece que os alunos se interessavam muito pelas discussões levantadas em sala de aula e que isso contribuía para que eles pudessem juntamente com ela construir o seu conhecimento. O fato de os alunos poderem expressar as suas angústias, inquietações e participarem ativamente do processo de ensino e de aprendizagem é sem dúvida um indicativo que favorece a construção do conhecimento.

Mais especificamente sobre o conteúdo matemático, Gomes (2002) explica que durante a resolução de problemas propostos para a disciplina de Hidráulica Agrícola, os discentes tiveram muitas dúvidas com relação aos conteúdos de unidades de medidas e números decimais. Sendo assim, ela pôde mostrar nas atividades por eles desenvolvidas as possíveis aplicações do conteúdo de unidades de medidas, e que as operações com números decimais eram importantes, reafirmando o já explicitado: que na Modelagem

⁴ Função referente ao número de sacos de 60 kg colhidos em relação à área plantada: $s(x) = 12x$; função que se refere à quantidade de sacos colhidos e seu valor para venda: $r(x) = 35x - 100$; função composta encontrada: $r[s(x)] = 35(12x) - 100$ ou $r[s(x)] = 420x - 100$. ¹⁵ O trabalho foi desenvolvido no Ensino Superior, porém os encaminhamentos metodológicos utilizados foram os mesmos propostos por Burak (1998) para a Educação Básica.

os problemas levantados durante o processo é que determinaram o conteúdo matemático a ser desenvolvido.

3.2 A contextualização

Conforme Morin (2001; 2007), contextualizar é unir a parte ao todo e o todo à parte, não somando partes para compor o todo, antes é uma interdependência das partes com o todo e do todo com as partes. Assim, evita-se uma especialização excessiva, que separa os conteúdos e o conhecimento do seu significado, que é enraizado no contexto em que foi produzido. Etimologicamente a palavra “contexto” significa enraizar a referência no texto do qual foi extraído, pois longe dele, a referência perde uma parte substancial de seu sentido.

No âmbito da Educação Matemática, Moysés (1997, p. 68) diz que o contexto “[...] permite que não se perca o fio condutor ao se resolver um problema de matemática”. Por isso, ele mantém o sentido do todo e das operações mentais que são particulares. Afirma, ainda, que através do contexto o educando está mais apto a resolver um problema adequadamente e a também utilizá-lo em novas situações de sua vida.

Tomando a contextualização como uma postura e uma oportunidade de busca do significado daquilo que se aprende e se faz, os trechos abaixo procuram evidenciar possíveis aproximações de uma contextualização através da Modelagem.

A contextualização aparece logo no início da descrição do trabalho de Soistak (2006, p. 67). Fica evidenciada desde a escolha do tema: “a cultura da soja”, escolhido pelos estudantes da 1ª série C após a discussão e sugestão de vários temas ligados ao curso, como por exemplo: “[...] criação de bovinos, cavalos, aves, agricultura, soja, milho, clonagem de animais [...]” Esse processo de contextualização não se deu de maneira abrupta, ou como uma atividade “forçada”, deu-se de forma natural, veio ao encontro dos interesses do grupo que estudava. A proposta de trabalhar com Modelagem permitiu atender de maneira mais efetiva as necessidades dos estudantes do ensino médio profissionalizante.

Outro ponto referente à contextualização ocorreu quando os educandos dessa mesma turma procuram saber os valores de mercado praticados para a venda da soja. Eles puderam estudar a cotação do dólar em relação ao real e a outras moedas, dando significado aos conteúdos de proporção e sistema monetário, que muitas vezes são obscuros. Com essa atividade, a Matemática ganha um sentido humano e com referência na realidade social.

Evidentemente que a própria estrutura matemática bastaria para explicar as suas operações e relações internas, porém, não são suficientes se não se tornam instrumento do educando. Portanto, entender o papel social da Matemática, além de contextualizá-la, fortalece o movimento transdisciplinar, que, por sua vez, ajuda no enfrentamento das situações tão adversas no mundo atual.

O contexto, então, não é apenas aquele em que o indivíduo ou grupo está inserido, mas também é o mundo em que ele vive e convive, influencia e é influenciado. Dito de outra maneira, o conteúdo matemático foi contextualizado, o que permitiu avaliar o contexto do mercado,⁵ as diferenças, as discrepâncias e outras variáveis do gênero. Permitiu extrapolar o simples contexto da Matemática com característica mais internalista e encontrar relações em outros âmbitos de significado, como o econômico.

Esse tipo de contextualização oferece significado aos conteúdos matemáticos que surgem no processo da Modelagem a partir das necessidades de pesquisa que essa prática educativa proporciona. Assim, os conteúdos mantêm estreita ligação com o contexto dos alunos, professores, escola e sociedade.

Ao longo do trabalho desenvolvido por Soistak (2006) houve necessidade de mudança para reorientar o processo. A principal mudança ocorreu no sentido de os estudantes poderem desenvolver uma pequena plantação de soja na propriedade do colégio em que estudavam.

Essa situação devolveu o interesse aos participantes da pesquisa e ofereceu condições concretas de investigação. Os estudantes buscaram inúmeras informações para dar conta da seguinte situação: “[...] fazer o levantamento do que precisa e de quanto precisa para plantar soja numa área limitada por 2 km de perímetro” (SOISTAK, 2006, p. 70).

Esse tipo de situação não possui respostas fechadas, prontas, que apenas um modelo ou fórmula matemática resolve. Necessita de um pensamento mais qualitativo, abrangente e, por conseguinte, que outras questões subjacentes sejam enunciadas e respondidas. Questões do tipo: que unidades de medida são utilizadas para o plantio? O quilômetro? O metro? O alqueire ou hectare? Quais as diferenças e as relações entre elas? Do ponto de vista matemático, a relação entre o perímetro e a área pode ser estudada de diferentes maneiras, uma vez que não há uma dependência entre essas duas dimensões. E assim por diante.

Muitas semelhanças ao acontecido na 1ª série C, descritas no trabalho de Soistak (2006), ocorreram com a 1ª série A, na qual o tema escolhido pela

⁵ Mercado em sentido genérico, para designar a venda da soja.

maioria foi novamente *A cultura do soja*. Da mesma forma, outros temas foram sugeridos, como: a criação de bovinos, suínos e equinos; a cultura da soja e do milho; e ainda outros que nada tinham a ver com o contexto escolar,⁶ como o futsal (futebol de salão) e a cesta básica.

A contextualização referente aos conteúdos matemáticos também se deu acerca dos padrões de medida estabelecidos atualmente. Fizeram-se comparações do metro com as medidas não oficiais (palmo, braça, cúbito, dentre outras), das quais muitas eram conhecidas pelos estudantes, uma vez que eram, em sua maioria, filhos de camponeses que utilizavam tais medidas.

Uma investigação histórica sobre o surgimento da medida padrão (o metro) também pode ser efetuada pelos estudantes. Esses tiveram a oportunidade de saber a origem de tal medida e de qual material ela era feita. Inclusive sabendo que a medida inicialmente padronizada era uma barra confeccionada por 90% de platina e 10% de irídio, com densidade 21,53, que foi substituída mais tarde por uma medida baseada no comprimento de onda radioativa emitida pelo gás denominado criptônio.

Na dissertação de Gomes (2002, p.54) há uma fala de um acadêmico que diz: “É bem melhor quando a gente ‘descobre’ a importância do que vamos estudar.” Outro momento em que fica explícita a contextualização do conteúdo de Física é quando um outro discente diz: “Não pensei que fosse usar física, numa situação tão comum”. (Ibidem, p. 67). Um dos grupos formados para a apresentação dos seminários já trabalhava com a irrigação e, por isso, pôde aproveitar os conhecimentos que os integrantes já possuíam e fazê-los ir além, incentivando-os e estimulando-os a buscarem mais informações e mais conhecimento.

3.3 Integração com outras áreas do conhecimento

A integração com outras áreas do conhecimento é chamada muitas vezes de interdisciplinaridade, que é, antes de tudo, uma postura dialógica em relação a outras áreas de conhecimento, não é uma simples aplicação de conceitos de uma área para outra de maneira forçada. O movimento interdisciplinar permite a apropriação de conceitos e conhecimentos de outra área. Essa troca é que faz crescer o conhecimento nas diferentes áreas, por isso é considerada tão importante, inclusive para o âmbito escolar. Machado (1995, p. 193) explicita que

[...] a interdisciplinaridade é hoje uma palavra-chave para a organização escolar; pretende-se com isso uma intercomunicação

⁶ Contexto de uma escola profissionalizante em Agropecuária.

efetiva entre as disciplinas, através da fixação de um objeto comum diante do qual os objetos particulares de cada uma delas constituem subobjetos.

Por entendermos que o tema fixado nas atividades de modelagem pode se tornar objeto comum para diferentes áreas, é que destacamos mais alguns excertos do trabalho de Soistak (2006) nos quais ficam clarificadas algumas interseções com outras áreas do conhecimento através do tema, como por exemplo, com a História. Os alunos fizeram um resgate histórico da padronização do metro como uma unidade de medida.

Como a interdisciplinaridade, segundo Fazenda (1993, p.71), é uma atitude possível frente ao conhecimento e não uma simples citação de outras áreas, o envolvimento de professores de outras disciplinas para a resolução dos problemas indica que uma atividade de modelagem pode conduzir à integração com outras áreas do conhecimento. Esse foi o caso do “[...] técnico agrícola [...] da agrônoma e também professora do colégio da disciplina de horticultura”. Esses profissionais contribuíram com as atividades de Modelagem e ajudaram a esclarecer dúvidas referentes ao plantio. Entretanto, como Soistak não tinha interesse em verificar a interdisciplinaridade, ela não descreve nenhum fato que pudesse caracterizar uma maior integração entre as áreas, principalmente nessa participação de professores de disciplinas. Porém, é inegável a aproximação das áreas e das subáreas.

O momento mais evidente da descrição do trabalho de Gomes (2002), que se refere à integração com outras áreas do conhecimento, aparece na apresentação dos artigos selecionados pelos alunos para a apresentação nos seminários “[...] além dos tópicos ligados à hidráulica, entraram questões ligadas à saúde [...] produtos orgânicos e convencionais, indo mais além ao envolver os transgênicos”. (GOMES, 2002, p. 60). Tópicos como: legislação atual, direito e até mesmo órgãos do governo foram contemplados nas discussões, transpondo a barreira disciplinar e fragmentada de uma disciplina.

Questões ecológicas e ambientais foram abordadas, bem como aspectos de implicações econômicas, conscientização, racionamento, comércio da água, se fizeram presentes durante o processo de Modelagem Matemática.

3.4 Socialização favorecida pelo trabalho em grupo

Considerando juntamente com Delval (2001) que uma das principais funções da Escola é a socialização dos alunos, fazendo com que eles participem da vida social, relacionem-se com os seus pares e adquiram formas de interação com os outros, é que justificamos destacar nessa categoria os

momentos que caracterizam os atos de socialização presentes nos trabalhos de Modelagem.

A socialização no trabalho de Soistak (2006) deu-se já na escolha do tema, tanto para a 1ª série C como para a 1ª série A. A interação entre professor e estudante caracterizou-se em um processo social dialógico, no qual ambas as partes têm a possibilidade de expressar seus pontos de vista. O “silêncio” da sala de aula foi quebrado, pois ocorreram inúmeras discussões entre os estudantes “[...] Durante a exposição de cada tema houve muita discussão entre os alunos, alguns defendendo o que propuseram e outros mudando de opinião, achando os outros mais interessantes” (Ibidem, p. 67).

Igualmente, na experiência de Gomes (2002, p. 58), os alunos puderam socializar os conhecimentos sobre o tema “água na agricultura”: “[...] cada equipe antes de entregar o artigo referente à pesquisa solicitada na aula anterior [...] deveria fazer um comentário quanto à importância do assunto selecionado” [sic]. No momento das apresentações dos artigos e discussões em grupo, os alunos não queriam parar o debate nem mesmo após o término da aula: “Terminamos a aula em função do avanço da hora, mas vários alunos reclamaram porque queriam continuar com o debate”. (Ibidem, p. 61).

E ainda, a atitude dos acadêmicos modificou-se, eles iniciavam as discussões acerca do tema, sem que a responsável pela turma pedisse que eles o fizessem: “[...] entraram com vontade, animados, já perguntando sobre o assunto que iria ser visto e anunciando que estavam caprichando no trabalho dos seminários” (GOMES, 2002, p. 79).

No decorrer das apresentações das pesquisas realizadas e descritas na dissertação de Soistak, houve a socialização dos dados através de tabelas e outras fontes. Eles fizeram questionamentos e foram questionados: “[...] os próprios alunos levantaram o problema de saber analisar a variação de preços e das quantidades produzidas” (Ibidem, p. 68).

O trabalho em grupo reforçou o processo de interação social, haja vista que tinham a necessidade de se reunirem para a elaboração de suas apresentações e discussão sobre os vários aspectos inerentes ao trabalho. Reunidos em grupo eles compartilharam ideias e fizeram recorrência aos conteúdos matemáticos. Sobre isso, Soistak (2006, p. 77) diz que “[...] os alunos reuniram-se em grupos e realizaram transformações de medidas referentes à medida das propriedades que cada aluno possui”. Na perspectiva de Vygotsky, segundo Camargo (1999, p. 67), se deve compreender “[...] a interação no processo de ensino-aprendizagem como aquela que, estabelecida entre professor-aluno e aluno-aluno, se proporciona a aprendizagem.”

E por fim, num estudo sobre aplicações das funções em relação ao tema “a cultura do soja”, os estudantes fizeram suas considerações sobre o conteúdo matemático. Depois de reunidos em grupo, os estudantes apresentaram aos demais colegas sua situação-problema e o seu estudo, sendo que tais apresentações geraram várias discussões e análises em relação ao conteúdo de funções, quanto à sua forma e validade em situações reais (SOISTAK, 2006).

3.5 Ruptura com o currículo linear

Para Machado (1995), o maior problema com relação às disciplinas escolares não é a construção do conhecimento, mas sim a linearidade acerca da apresentação dos conteúdos, que fica impregnada no currículo como um dogma e dificulta em grande parte o desenvolvimento dos conceitos, solicitando uma ordem, um encadeamento lógico que obrigatoriamente necessita de pré-requisitos e, cognitivamente, desconsidera o tempo de aprendizagem dos estudantes. Assim, esse autor afirma que é necessário romper com tal tipo de concepção de currículo. Concordamos com ele e explicitamos que essa visão de currículo está em grande parte fundamentada em uma visão ingênua de conhecimento, que conclui que ele se desenvolve de maneira progressiva, sem história e sem embates.

Essa ideia de linearidade não dá conta da complexidade do currículo e da construção do conhecimento. Parafraseando Skovsmose (2007), compreendemos que ao desconsiderar as múltiplas relações que ocorrem no processo educativo, esse currículo pressupõe apenas um sujeito epistêmico. Ou seja, apenas um ser intelectual, sem emoções, isso quando há espaço para o sujeito epistêmico, pois em uma visão de currículo linear a tendência é a de que permaneça o espaço apenas para cumprimento da sequência proposta, portanto, para um sujeito que simplesmente recebe informações.

Em contrapartida a essa postura é que entendemos a Modelagem como uma possibilidade de ruptura com a linearidade do currículo, pois não são os conteúdos que determinam os problemas ou as situações, mas os problemas ou situações que determinam os conteúdos. Tal afirmação é fortemente corroborada quando os estudantes sentem a necessidade de elaborar a análise dos dados que haviam coletado sobre as variações de preços e quantidades de soja produzida: “Assim houve a necessidade de aprofundar o assunto de porcentagem e regra de três [...]” (SOISTAK, 2006, p. 68).

Esse conteúdo é habitualmente ministrado em turmas de sexta série no Ensino Fundamental. Quando foi retomado no Ensino Médio, por meio da Modelagem, teve um enfoque diferente, ou seja, serviu como um

instrumento de interpretação da situação estudada. Portanto, não seguiu o conteúdo programático contido nos livros didáticos. Outra situação descrita que concede mais luz à questão foi o desenvolvimento do conteúdo matemático denominado “Unidades de medidas” – que não é tratado no Ensino Médio, mas pôde ser revisado e aprofundado com significado a partir da investigação oportunizada pela Modelagem.

A partir do tema escolhido surgiu a possibilidade do cálculo de áreas, as quais foram relacionadas com as diversas unidades de medidas, como o hectare e o alqueire, dentre outros. Assim, é no mínimo pertinente afirmar que o contexto criado pela Modelagem permite variações, encaminhamentos diferentes do sugerido pelo currículo linear, pois conteúdos considerados de outras séries podem e aparecem na resolução das situações de modelagem, como no exemplo acima. Esses três exemplos evidenciam o aspecto não linear do conteúdo matemático trabalhado numa atividade de Modelagem Matemática na perspectiva de Burak (1992, 1998, 2004, 2006).

Ao contrário da forma usual de ensino, na experiência com Modelagem realizada por Gomes (2002, p. 52) a disciplina foi conduzida durante um semestre a partir do tema escolhido “água na agricultura”. “[...] aproveitamos o momento para ressaltar que nesse semestre não iríamos trabalhar essa disciplina nos limites da Hidráulica Agrícola, que iríamos ampliar mais, focados justamente naquele tema”.

O tema ensejou diferentes perspectivas. Outros tópicos que não constavam na ementa puderam ser abordados, como por exemplo, o Ciclo Hidrológico que foi apresentado como um subtema e pôde ser explorado e discutido pelos estudantes durante as aulas. Como a disciplina não era de Matemática e sim de Hidráulica, o método da Modelagem, conforme proposto por Burak (1998), foi além do ensino de Matemática, se mostrando eficaz em outra área do conhecimento. Entretanto, salientamos que com essa afirmação não queremos recair numa perspectiva positivista, na qual o método científico era válido para todas as áreas.⁷ A interseção mais importante a ser ressaltada nesse trabalho é justamente essa: a Modelagem permitiu a abordagem de conteúdos em outras áreas do conhecimento e não precisa necessariamente ser desenvolvida em uma disciplina de matemática, justamente por se caracterizar como uma metodologia.

⁷ Queremos sim, evidenciar alguns elementos mais ou menos gerais que permitem reconhecer a Modelagem Matemática como uma importante ferramenta no processo de ensino e de aprendizagem, e não apenas como Modelagem Matemática no sentido restrito do termo – processo para a obtenção de Modelos Matemáticos.

4. Considerações finais

As considerações apresentadas nas subseções anteriores responderam de maneira efetiva a questão posta inicialmente. Os aspectos relativos tanto à construção e ao desenvolvimento de conceitos e dos conteúdos matemáticos, quanto à contextualização das situações e à integração com outras áreas do conhecimento, bem como à socialização favorecida pelo trabalho em grupo e à ruptura com o currículo linear emergiram de forma natural nas descrições dos trabalhos acadêmicos analisados.

Assim, ao abordar os aspectos referentes à Modelagem, as interpretações evidenciaram suas potencialidades na medida em que favorece outras possibilidades de encaminhamentos que superam as formas usuais de ensino. Por esse motivo, afirmamos que a Modelagem pode ser uma forte aliada dos professores de matemática e outros que buscam romper com a hegemonia da transmissão, pois o método da Modelagem possibilita um diálogo e outros caminhos, deslocando o sentido do ensino usual, que seria do professor para o aluno, para a interação, cooperação e colaboração no processo de ensino e de aprendizagem.

Concordamos plenamente com Freire (2004) quando ele afirma que não há um educador do educando, ou um educando do educador, há sim, um educador-educando e um educando-educador. Haja vista que ambos se constituem em sujeitos do processo de ensino e de aprendizagem, são sujeitos históricos e reais, no sentido de estarem no mundo enfrentando problemas que muitas vezes extrapolam o âmbito escolar, são problemas da vida.

Ao final deste capítulo, esperamos ter contribuído para evidenciar que a Modelagem Matemática pode ser ainda mais estudada, refletida, investigada e utilizada pelos professores de Matemática e de outras disciplinas, quando têm a intenção de mudar sua forma de ensinar. Para tanto, basta estarem dispostos a encarar a empreitada de uma Educação que tenha significado para o que ensina aprendendo e para o que aprende-ensinando. E, dessa maneira, superarmos de maneira suave e irreversível o atual quadro educacional brasileiro.

Referências

ARAGÃO, R. M. R. **Teoria da Aprendizagem Significativa de David P. Ausubel**; sistematização dos aspectos teóricos. Tese de Doutorado, FE/UNICAMP. Campinas, 1976.

BARBOSA, J. C. **Modelagem matemática: concepções e experiências de futuros professores.** Rio Claro, 2001. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática.** São Paulo: Contexto, 2002.

BECKER, F. **A epistemologia do professor: o cotidiano da escola.** Petrópolis: Vozes, 1993.

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática como Método de Ensino Aprendizagem de Matemática em cursos de 1º e 2º graus.** Rio Claro, 1990. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista – UNESP, 1990.

_____. **Modelagem Matemática & Implicações no Ensino-Aprendizagem de Matemática** Blumenau: Ed. FURB, 1999.

BURAK, D. **Modelagem matemática: uma alternativa para o ensino de matemática na 5ª série.** 1987. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1987.

_____. **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem.** Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

_____. **Formação dos pensamentos algébricos e geométricos: uma experiência com modelagem matemática. Pró-Mat.** – Paraná. Curitiba, v.1, n.1, p.32-41, 1998.

_____. **A Modelagem Matemática e a sala de aula.** In: Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática - I EPMEM, 1, 2004, Londrina. **Anais...** Londrina: UEL, 2004. p. 1-10.

_____. **Modelagem Matemática: avanços, problemas e desafios.** In: Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática, – II EPMEM, 2, 2006, Apucarana, PR. **Anais...** Modelagem Matemática: Práticas, Críticas e Perspectivas de Modelagem na Educação Matemática: Apucarana: FAP, 2006. p. 1-9.

CALDEIRA, A. D.. **Modelagem Matemática e a prática dos professores do ensino Fundamental e Médio.** In: I Encontro Paranaense de Modelagem em

Educação Matemática – I EPMEM, 1. Londrina, 2004. **Anais...** Londrina: UEL, p.1-6.

CAMARGO, S. J. Interação professor-alunos: a escola como espaço interativo. In: MARTINS, B. J. (Org.). **Na perspectiva de Vygotsky**. São Paulo: Quebra Nozes/Londrina CEFIL, 1999, p. 47-80.

DELVAL, J. Socialização. In: _____. **Aprender na vida e aprender na escola**. Porto Alegre: ARTMED, 2001, p. 86-88.

FAZENDA, I. C. A. **Interdisciplinaridade**: Um projeto em parceria. São Paulo: Loyola, 1993. (Coleção Educar, 13).

FREIRE, P. **Pedagogia do oprimido**. 17ª ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2004.

GOMES, C. K. C. **Alternativa metodológica à luz da Modelagem Matemática para uma disciplina**. 2002. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2002.

KLÜBER, T. E. **Modelagem Matemática e Etnomatemática no Contexto da Educação Matemática**: aspectos filosóficos e epistemológicos. Ponta Grossa, 2007. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós Graduação em Educação, Universidade Estadual de Ponta Grossa, UEPG, 2007.

MACHADO, N. J. **Epistemologia e didática**: as concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente. São Paulo: Cortez, 1995.

MORIN, E. **Os sete Saberes Necessários à Educação do Futuro** 3a. ed. - São Paulo - Cortez; Brasília, DF: UNESCO, 2001.

MORIN, E. **Da necessidade de um pensamento complexo**. Tradução: Juremir Machado da Silva. (s/d) Disponível em: <http://geecom.incubadora.fapesp.br/portal/tarefas/projetos-em-multimeios-i-e-ii-puc-sp/textos-uteis/pensamentocomplexo.pdf>. Consultado em 07/02/07.

MOYSÉS, L. Contextualizar a matemática: O grande desafio do professor. In: _____. **Aplicações de Vygotsky à Educação Matemática**. Campinas: Papirus, 1997. p. 65-73. (Coleção Magistério: formação e trabalho pedagógico)

SKOVSMOSE, O. **Educação crítica**: incerteza, matemática, responsabilidade. trad. Maria Aparecida Viggiani Bicudo. São Paulo: Cortez, 2007.

SOISTAK, A. V. F. **Modelagem matemática no contexto do ensino médio**: possibilidade de relação da matemática com o cotidiano. 2006. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2006.