

Front Matter / Elementos Pré-textuais / Páginas Iniciais

Carina Alves
Antonio Aparecido de Andrade

SciELO Books / SciELO Livros / SciELO Libros

ALVES, C., and ANDRADE, AA. *Reticulados via corpos ciclotômicos* [online]. São Paulo: Editora UNESP, 2014, pp. 1-13. ISBN 978-85-68334-39-3. Available from SciELO Books <<http://books.scielo.org>>.



All the contents of this work, except where otherwise noted, is licensed under a [Creative Commons Attribution 4.0 International license](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

Todo o conteúdo deste trabalho, exceto quando houver ressalva, é publicado sob a licença [Creative Commons Atribuição 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

Todo el contenido de esta obra, excepto donde se indique lo contrario, está bajo licencia de la licencia [Creative Commons Reconocimiento 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).



Carina Alves
Antonio Aparecido de Andrade

Reticulados via corpos ciclotômicos

RETICULADOS VIA
CORPOS
CICLOTÔMICOS

FUNDAÇÃO EDITORA DA UNESP

Presidente do Conselho Curador

Mário Sérgio Vasconcelos

Diretor-Presidente

José Castilho Marques Neto

Editor-Executivo

Jézio Hernani Bomfim Gutierre

Superintendente Administrativo e Financeiro

William de Souza Agostinho

Assessores Editoriais

João Luís Ceccantini

Maria Candida Soares Del Masso

Conselho Editorial Acadêmico

Áureo Busetto

Carlos Magno Castelo Branco Fortaleza

Elisabete Maniglia

Henrique Nunes de Oliveira

João Francisco Galera Monico

José Leonardo do Nascimento

Lourenço Chacon Jurado Filho

Maria de Lourdes Ortiz Gandini Baldan

Paula da Cruz Landim

Rogério Rosenfeld

Editores-Assistentes

Anderson Nobara

Jorge Pereira Filho

Leandro Rodrigues

CARINA ALVES
ANTONIO APARECIDO DE ANDRADE

**RETICULADOS
VIA CORPOS
CICLOTÔMICOS**



© 2014 Editora Unesp

Direitos de publicação reservados à:
Fundação Editora da Unesp (FEU)

Praça da Sé, 108
01001-900 – São Paulo – SP
Tel.: (0xx11) 3242-7171
Fax: (0xx11) 3242-7172
www.editoraunesp.com.br
www.livrariaunesp.com.br
feu@editora.unesp.br

CIP – Brasil. Catalogação na fonte
Sindicato Nacional dos Editores de Livros, RJ

A478r

Alves, Carina

Reticulados via corpos ciclotômicos / Carina Alves, Antonio
Aparecido de Andrade. São Paulo: Editora Unesp Digital, 2014.

Recurso digital

Formato: ePDF

Requisitos do sistema: Adobe Acrobat Reader

Modo de acesso: World Wide Web

ISBN 978-85-68334-39-3 (recurso eletrônico)

1. Álgebra. 2. Engenharia. 3. Livros eletrônicos. I. Andrade,
Antonio Aparecido de. II. Título.

15-20467

CDD: 512.5

CDU: 512.64

Este livro é publicado pelo projeto *Edição de Textos de Docentes e Pós-Graduados da UNESP* – Pró-Reitoria de Pós-Graduação da UNESP (PROPG) / Fundação Editora da UNESP (FEU)

Editora afiliada:



Asociación de Editoriales Universitarias
de América Latina y el Caribe



Associação Brasileira de
Editoras Universitárias

AGRADECIMENTOS

A Deus.

Ao professor Antonio Aparecido de Andrade, pela amizade tão sincera, pela paciência, pela dedicação e pelo desprendimento durante a valiosa orientação.

Aos professores do Departamento de Matemática da Unesp, *campus* de São José do Rio Preto, pela excelente formação e amizade.

Aos professores da banca examinadora: Ali Messaoudi (Ibilce/ Unesp, *campus* de São José do Rio Preto), Raul Antonio Ferraz (IME/USP, São Paulo), Trajano P. N. Neto (Ibilce/ Unesp, *campus* de São José do Rio Preto) e Marcelo Muniz da Silva Alves (UFPR, Curitiba, PR).

Aos meus colegas do curso de pós-graduação, pelo agradável convívio.

À minha amiga Cristiane, por compartilhar as alegrias, tris-

tezas e dificuldades durante nossa caminhada que ora completamos.

Aos meus pais Vanir Caldeira Alves e Atamir José Alves, que me ensinam, me incentivam e me possibilitam sonhar e crer que tudo é possível. Que a todo momento, através de um abraço forte e um sorriso sincero, me fazem ver a vida com outros olhos.

À minha irmã Luciana Alves, por me apoiar principalmente nos momentos difíceis e por compartilhar os momentos de alegria.

Aos meus avós que plantaram em meu coração a semente de perseverança e solidariedade, humildade e confiança, de amor e paz.

À Fapesp pelo auxílio financeiro.

A todos que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho.

*“É graça divina começar bem e persistir na caminhada certa.
Graça maior é diante das dificuldades não desistir nunca,
pois provavelmente aquele que nunca cometeu um erro
nunca fez uma descoberta.”*

D. Hélder Câmara e Samuel Smiles

*Aos meus pais Atamir José Alves e Vanir Caldeira Alves
e à minha irmã Luciana Alves,
dedico.*

LISTA DE SÍMBOLOS

\mathbb{N} : conjunto dos números naturais

\mathbb{Z} : conjunto dos números inteiros

\mathbb{Q} : conjunto dos números racionais

\mathbb{R} : conjunto dos números reais

\mathbb{C} : conjunto dos números complexos

∂f : grau do polinômio f

$[\mathbb{L} : \mathbb{K}]$: grau de \mathbb{L} sobre \mathbb{K}

\prod : produtório

\sum : somatório

$\det A$: determinante de A

(a_{ij}) : matriz

$f_\alpha(X)$: polinômio característico de α

$D(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$: discriminante de uma n -upla

$\mathbb{A}_{\mathbb{K}}$: anel dos inteiros de \mathbb{K}

$\#X$: cardinalidade do conjunto X

$\mathfrak{a}, \mathfrak{b}, \dots$: ideais

$\varphi(n)$: função de Euler para o inteiro n

$A[X]$: anel dos polinômios sobre A em X

$K(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$: corpo obtido pela adjunção de $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ a K

$\frac{A}{I}$: quociente de A por I

\forall : para todo

\exists : existe

$\xi_n: e^{2\pi i/n} = \cos \frac{2\pi}{n} + i \operatorname{sen} \frac{2\pi}{n}$, raiz n -ésima primitiva da unidade

\bar{x} : conjugado complexo do elemento x

$D_{\mathbb{K}}$: discriminante absoluto do corpo \mathbb{K}

$\operatorname{Tr}_{\mathbb{L}/\mathbb{K}}$: traço em relação à extensão \mathbb{L}/\mathbb{K}

$N_{\mathbb{L}/\mathbb{K}}$: norma em relação à extensão \mathbb{L}/\mathbb{K}

$\operatorname{irr}(\alpha, \mathbb{K})$: polinômio irredutível de α sobre \mathbb{K}

$\ker(f)$: núcleo do homomorfismo f

$\langle \alpha_1, \dots, \alpha_n \rangle$: ideal gerado por $\alpha_1, \dots, \alpha_n$

$\operatorname{Gal}(\mathbb{L}/\mathbb{K})$: grupo de Galois de \mathbb{L}/\mathbb{K}

$a|b$: a divide b

$O_m(a)$: ordem de a módulo m , com $\operatorname{mdc}(a, m) = 1$

$D(\mathfrak{p})$: grupo de decomposição com relação a \mathfrak{p}

$E(\mathfrak{p})$: grupo de inércia com relação a \mathfrak{p}

$\min(X)$: mínimo do conjunto X

$\delta(\Lambda)$: densidade de centro do reticulado Λ

$\bar{\sigma}$: conjugação complexa ($\bar{\sigma}(x) = \bar{x}$)

$\underline{X} = (X_1, \dots, X_n)$ em \mathbb{R}^n

$v_p(m)$: valorização p -ádica de m

$[z]$: o inteiro mais próximo de z

d_{min} : distância mínima

γ : ganho fundamental de codificação

Δ : densidade de empacotamento esférico

η : eficiência espectral

E : energia da constelação

E_b : energia por bit

N_0 : potência do ruído

L : diversidade

G_a : ganho assintótico

$erfc$: função erro

SUMÁRIO

Introdução 17

1 Corpos de Números 23

2 Corpos Quadráticos e Ciclotômicos 69

3 Reticulados 107

4 Reticulados via Corpos Quadráticos e Ciclotômicos 135

5 Os Canais Gaussiano e Desvanecimento do tipo
Rayleigh 171

Referências bibliográficas 189